

Contiene:

- TRABAJO MECÁNICO
- ENERGÍA CINÉTICA
- ENERGÍA POTENCIAL
- POTENCIA HIDRÁULICA
- EFICIENCIA DE UNA MÁQUINA



Ing. EFRAÍN TARAZONA T.

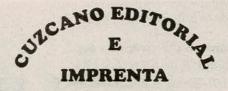
http://www.youtube.com/@Problemasresueltos2023

FÍSICA

TRABAJO - ENERGÍA POTENCIA

http://www.youtube.com/@Problemasresueltos2023

Ing. EFRAÍN TARAZONA T.



LIMA - PERÚ

FÍSICA

TRABAJO - ENERGÍA POTENCIA

Autor: Efraín Tarazona T.

Editor: CUZCANO EDITORIAL E IMPRENTA E.I.R.L.

Composición, Diagramación y Montaje:

Área de cómputo y publicaciones de Cuzcano Editorial e Imprenta E.I.R.L.

© CUZCANO EDITORIAL E IMPRENTA E.I.R.L. Derechos Reservados

Jr. Coricancha Nº 675 Zárate S. J. L. Lima - Perú

Primera edición : Mayo 2007

Primera reimpresión: Julio 2009

Segunda reimpresión: Abril 2011

Tercera reimpresión: Agosto 2014

Tiraje : 1 000 ejemplares

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N°2007-04931

Prohibida la reproducción de esta obra por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de la Editorial.

Obra editada, impresa y distribuida por: CUZCANO EDITORIAL E IMPRENTA E.I.R.L. Jr. Coricancha N° 675 Zárate S. J. L. Lima - Perú Av. Alfonso Ugarte 1310 Of. 212 - Breña Telefax 423-8154





Durante mis años de experiencia como Profesor de Física en Centros Pre-Universitarios, he notado en aquellos estudiantes; principalmente en quienes postulan a la UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA (UNI), ese afán perseverante por ampliar sus conocimientos.

Éste trabajo está orientado a ese grueso de estudiantes que buscan completar con mayores ejercicios lo aprendido en clases teóricas o en textos ordinarios de Física.

Presento 162 problemas resueltos y 50 problemas propuestos, además de una teoría sintética. Los problemas expuestos tienen una característica principal: son los llamados tipos de Exámenes de Admisión UNI; para ello se han tomado como referencia problemas propuestos en exámenes y seminarios del CEPRE-UNI y de los exámenes de admisión.

He buscado también clasificarlos por temas y dosificarlos de acuerdo al grado de dificultad. Dos recomendaciones quiero dar al estudiante. La primera que el estudiante tenga siempre ese espíritu crítico e investigue y la segunda, antes de ver la solución de los problemas primero intente resolverlos por su cuenta.

Ciertamente muchos problemas que se presentan en la mecánica clásica pueden darse solución usando las leyes de Newton y Galileo; sin embargo usando los conceptos de **Trabajo y Energía**, se facilitan aún mucho más éstas cuestiones en campos como en la Ingeniería. Páginas adelante veremos como problemas de Cinemática o Dinámica consiguen una solución práctica con el concepto de energía.

La **ENERGÍA** es hoy en día el concepto científico mas conocido (sin embargo desconocido en la época de Newton y cuya existencia era un tema de debate en la década de 1850); ésta expresa la medida común de las diversas formas de movimiento de la materia. Las formas físicas de movimiento de la materia cualitativamente distintas son suceptibles de transformarse unos a otros.

Quiero agradecer al estudiantado por la acogida que tuvieron fascículos anteriores. Recogiendo observaciones y sugerencias de colegas y amigos; sale a la luz este nuevo fascículo. No está por demás mencionar que los años de docencia en la Academia CÉSAR VALLEJO fueron para mí una experiencia que enriqueció mis conocimientos y que hoy en ésta nueva etapa de mi vida me sirven para plasmar éste material.

Agradecer también a quienes hicieron posible salga éste trabajo: al Sr. Enrique Cuzcano P. por la confianza brindada; a mis familiares que siempre me alientan; asimismo a la Srta. Norma Silva O., Luzmila León I. y Sadith Samora A. por su paciencia y comprensión para la elaboración del presente material.

Finalmente espero recoger críticas, observaciones y sugerencias que servirán para mejorar próximas publicaciones.

El autor



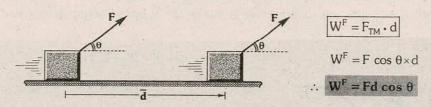
Dedicatoria A mis hermanos Antonio Ángel y Gladis Con mucho cariño y gratiud

TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

TRABAJO MECÁNICO (W)

Magnitud física escalar, mide la transmisión de movimiento mecánico generado por una fuerza actuando sobre un cuerpo, cuando ha conseguido vencer su resistencia.

TRABAJO MECÁNICO DE UNA FUERZA CONSTANTE



* F_{TM} : Componente de la fuerza " \overline{F} ", que transmite movimiento.

* d : Desplazamiento

* d : Distancia

* Unidad (S.I.): Joule (J); $1J = 1N \times m$



Observaciones Importantes

- ① Fuerzas en dirección del desplazamiento realizan trabajo motor o positivo.
- 2 Fuerzas en dirección opuesta al desplazamiento realizan trabajo resistente o ne-
- 3 Fuerzas perpendiculares al desplazamiento no realizan trabajo.

Conclusión

 $0 \le \theta < 90^{\circ}$ trabajo positivo $\left(W^{+}\right)$ $\theta = 90^{\circ}$ trabajo nulo (W=0)

 $90^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$ trabajo negativo (W⁻)

TRABAJO NETO O RESULTANTE

W_{NETO} = Sumatoria de trabajos parciales

$$W_{\text{NETO}} = \sum_{i=1}^{n} W_{i}$$

También :

 $W_{NETO} = F_R \cdot d$

LE Mota

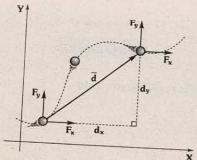
Si $V = cte \implies F_R = 0$

Luego:

TRABAJO EVALUADO COMO UN PRODUCTO ESCALAR

Es la manera como propiamente se define el trabajo mecánico.

Consideremos que sobre un cuerpo actúa la fuerza " \overline{F} " y éste consigue desplazarse " \overline{d} ". Entonces: Y



Si:
$$\overline{F} = (F_x, F_y)$$

$$\overline{\mathbf{d}} = \left(\mathbf{d}_{\mathbf{x}} , \mathbf{d}_{\mathbf{y}}\right)$$

$$W^{F} = (F_{x}, F_{y}) \cdot (d_{x}, d_{y}) \rightarrow W^{F} = F_{x}d_{x} + F_{y}d_{y}$$

Aplicación

Sea:
$$\overline{F} = \left(2\;,\; -3\;,\; 4\right)N$$

$$\overline{d} = \left(1\;,\; -1\;,\; -2\right)m$$

$$W^{F} = ??$$

$$W^F = (2, -3, 4) \cdot (1, -1, -2)$$

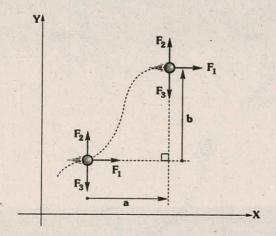
$$W^F = 2 \times 1 + (-3)(-1) + 4 \times (-2)$$

$$\therefore \quad W^{F} = -2J \mid Rpta.$$

Consecuencia Importante:



Supongamos una partícula se mueve entre dos puntos A y B y las fuerzas que actúan conservan su dirección, entonces :



$$W^{F_1} = F_1 \cdot a$$

$$W^{F_2} = F_2 \cdot b$$

$$W^{F_3} = -F_3 \cdot b$$

$$W^{NETO} = W^{F_1} + W^{F_2} + W^{F_3}$$

D Hota

Esta consecuencia es útil cuando se calcula el trabajo de fuerzas conservativas, como la fuerza de gravedad.

C) -300 J y 200 J

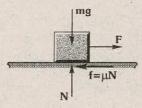
D) -300 J y 500 J

E) -200 J y 600 J

RESOLUCIÓN

Notamos : se conoce el desplazamiento, solamente necesitamos calcular las fuerzas.

Del D.C.L. al bloque



* En la vertical :

 $\Sigma \overline{F}_{\nu} = \overline{0}$

N=mg

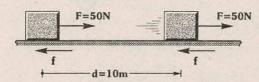
Luego:

 $f = \mu N = \mu mg$

 $f = 0.1 \times 20 \times 10$

f = 20 Newton

Cálculo de trabajos



* $W^F = F \times d = 50 \times 10$

$$W^{F} = 500 \text{ J}$$

** $W^f = -f \times d = -20 \times 10$

 $\boxed{\mathbf{W^f} = -200 \text{ J}} \qquad Rpta. (I)$

Cálculo del trabajo neto

 Recuerde que las fuerzas perpendiculares no realizan trabajo.

$$W_{NETO} = W^F + W^f + W^N + W^{mg}$$

$$W_{NETO} = 500 + (-200) + 0 + 0$$

$$W'_{NETO} = 300J$$
 R

Rpta. (II)

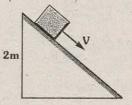
Clave: A

PROBLEMA 3

0 0

(Sem. CEPRE UNI)

Un bloque de 5 kg resbala por un plano inclinado, logrando descender una altura de 2 m. Si durante el trayecto su velocidad fue constante, hallar el trabajo realizado por la fricción. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



A) 50 J

B) 80 J

E) 200 J

C) 25 J

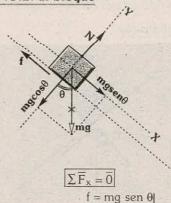
RESOLUCIÓN

Método I

D) - 100 J

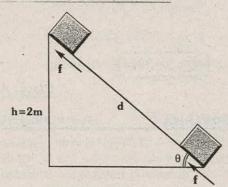
Nos dicen que el bloque baja a velocidad constante por tanto está en equilibrio.

Del D.C.L. al bloque





Calculando el trabajo de "f"



$$W^f = -f \times d$$

Pero: $d = h/sen \theta$

Luego: $W^f = -f \times \frac{h}{sen \theta}$

$$W^f = -mg \ sen \ \theta \times \frac{h}{sen \ \theta}$$

$$W^f = -mg h$$

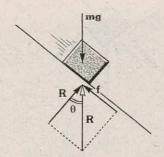
$$W^f = -5 \times 10 \times 2$$

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{W}^{\mathbf{f}} = -\mathbf{100}\,\mathbf{J}\right] \quad Rpta.$$

Método II

Si el bloque baja a velocidad constante, entonces está en equilibrio.

D.C.L. al bloque



En equilibrio:

$$R = mg$$
 ... (I

Pero: "R" es la resultante de "f" y "N"

$$\overline{R} = \overline{f} + \overline{N}$$

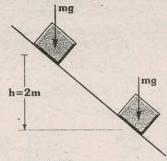
Calculando el trabajo de la fricción

Si el bloque baja a V=cte el trabajo neto es nulo.

$$\begin{split} W_{NETO} &= W^{mg} + W^R \\ \hat{0} &= W^{mg} + W^f + W^M \end{split}$$

$$W^f &= -W^{mg} \qquad \cdots (I) \end{split}$$

El trabajo de la fuerza de gravedad depende sólo de su desplazamiento vertical.



$$W^{mg} = mg h$$

$$W^{mg} = 5 \times 10 \times 2$$

$$W_{\underline{}}^{mg} = 100 J$$

Finalmente:

De (1):

$$W^{f} = -100 \text{ J}$$

Rpta.

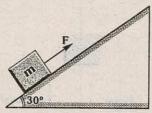
Clave: D

PROBLEMA 4

(Sem. CEPRE UNI

Una masa de 30 kg sube con velocidad constante por el plano inclinado liso cuando se

aplica la fuerza F paralela al plano. Calcule el trabajo de F cuando se ha desplazado 15 m.



A) 4 500 J

B) -4500 J

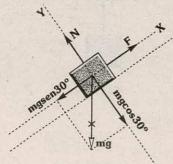
C) -2 250 J

D) 2 250 J

E) 2 250 J

RESOLUCIÓN

Hacemos D.C.L. al bloque :



Si sube a V=cte, entonces hay equilibrio.

$$\Sigma \overline{F}_x = \overline{0}$$

 $F = mg \ sen \ 30^{\circ}$

Calculando el trabajo de "F"

- * Según la condición : el bloque se desplazó 15 m.
- * F realiza trabajo positivo.

Luego:

$$W_F = F \times d$$

 $W_F = mg sen 30^{\circ} \times d$

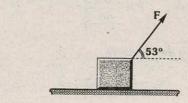
$$W_{F} = 30 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 15$$

$$\therefore W_{F} = 2 250 J$$
 Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 5

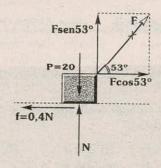
Hallar el trabajo que realiza una persona al jalar un bloque de 50 N de peso que descansa en un plano horizontal de coeficiente de rozamiento cinético 0,4; si emplea una cuerda que forma 53° con la horizontal, asumiendo velocidad constante y un recorrido de 92 m.



- A) 1 314,3 J
- B) -1 600 J
- C) 1 600 J
- D) -1 200 J
- E) 1 200 J

RESOLUCIÓN

Hacemos D.C.L. al bloque :



- * Dato : $\mu = 0.4$
- * Si la velocidad es constante está en equilibrio.



$$\Sigma \overline{F}_v = \overline{0}$$

F sen
$$53^{\circ} + N = 50$$

$$F \times \frac{4}{5} + N = 50$$

$$N = 50 - \frac{4}{5}F$$

$$\Sigma \overline{F}_H = \overline{0}$$

 $F \cos 53^{\circ} = 0.4N$

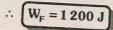
$$F \times \frac{3}{5} = \frac{4}{10} \times \left(50 - \frac{4}{5}F\right)$$

Resolviendo: $F = \frac{1000}{46}$

El trabajo de "F" será

$$W_F = (F \cos 53^\circ) \times d$$

$$W_F = \frac{1000}{46} \times \frac{3}{5} \times 92$$



Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 6 (Sem. CEPRE UNI

Una cuerda es utilizada para descender • verticalmente un bloque de masa 10 kg • una distancia de 4 m con aceleración igual • 3 m/s².

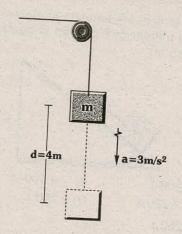
Hallar el trabajo realizado por la cuerda. $(g=10 \text{ m/s}^2)$

- A) 280 J
- B) 280 J
- C) 120 J

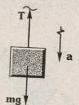
- D) 120 J
- E) 400 J

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :



* Si hacemos D.C.L. al bloque :



En la vertical :

$$\sum \overline{F}_v = m \ \overline{a}$$

$$mg - T = ma$$

$$10 \times 10 - T = 10 \times 3$$

$$T = 70 N$$

Cálculo del trabajo de la tensión

La tensión realiza trabajo negativo. Luego :

$$W_T = -T \times d = -70 \times 4$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{W}_{\mathrm{T}} = -280 \, \mathbf{J}} \quad Rp$$

Clave: A

PROBLEMA 7

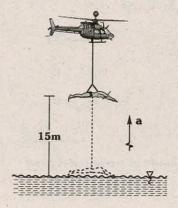
(Sem. CEPRE UNI)

¿Cuál es el trabajo (en J) que realiza un . helicóptero de rescate para levantar a un . tensión y ésta es positiva. bañista de 71 kg hasta una altura de 15 m con una aceleración de 0,1 g? $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

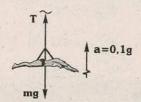
- A) 1 171,5
- B) 1 1715
- C) 1 065
- D) -1065
- E) 11715

RESOLUCIÓN

Esbozando el gráfico según la condición del problema:



Hacemos el D.C.L. a la persona rescatada.



De la 2da Ley de Newton :

$$\Sigma \overline{F}_v = m \overline{a}$$

T - mg = ma

$$T - 71 \times 10 = 71 \times 0, 1 \times 10$$

$$T = 781 \text{ N}$$

Calculando el trabajo del helicóptero

El trabajo del helicóptero es el trabajo de la

$$W_T = T \times d$$

$$W_T = 781 \times 15$$

$$W_{\rm T} = 11715 \text{ joule}$$

Rpta.

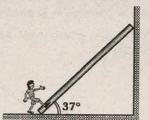
Clave: B

PROBLEMA 8

(Sem. CEPRE UNI)

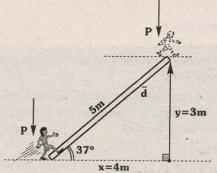
Un joven de masa 50 kg sube por una escalera de longitud 5 m. ¿Qué trabajo realiza su peso hasta que llega a la parte mas alta?

- A) 2 500 J
- B) -1500 J
- C) 1 500 J
- D) 2000 J
- E) 2 000 J



RESOLUCIÓN

El peso (mg) es una fuerza conservativa, el trabajo depende de la altura que se desplace entre los niveles inicial y final :



Notamos : el peso P está en dirección opuesta al desplazamiento (d).



El trabajo del peso será :

$$W_P = -P \times d$$

$$W_P = -mg \times y$$

$$W_P = -50 \times 10 \times 3$$

$$W_{\rm p} = -1500 \, \mathrm{J}$$

Rpta.

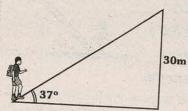
Clave: B

PROBLEMA 9

(Sem. CEPRE UNI)

Un andinista de 800 N de peso lleva su mochila que pesa 300 N y debe escalar una colina de 30 m de altura. La cual tiene una pendiente de 37°. ¿Qué trabajo debe • Además : realizar para llevar la mochila a la cima?

Asumir que el andinista sube a velocidad constante.



A) 5 kJ

B) 6 kJ

C) 8 kJ

D) 9 kJ

E) 12 kJ

RESOLUCIÓN

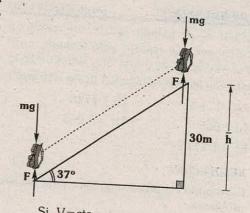
Si el andinista sube a velocidad constante, entonces los cuerpos en movimiento están en equilibrio.

El trabajo realizado por la persona en la 💠 mochila sería únicamente para vencer la fuerza de gravedad.

Luego:

D.C.L. de la mochila :

* Dato: mg=300 N



Si V=cte:

F=mg

$$W_{\text{NETO}} = 0$$

$$W_F + W_{mg} = 0$$

$$W_F = -W_{mg}$$

Calculando el trabajo del peso

El peso apunta hacia abajo y el desplazamiento "h" esta hacia arriba, por tanto el trabajo es negativo.

$$W_{mg} = -mg h$$

$$W_{mg} = -300 \times 30$$

$$W_{mg} = \underline{-9\ 000\ J}$$

Finalmente:

$$W_F = -(W_{mg})$$

$$W_F = -(-9\ 000\ J)$$

$$W_F = 9\ 000\ J$$



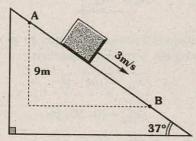
Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 10 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de 30 kg de masa cae por una rampa con velocidad constante de 3 m/s. Calcular :

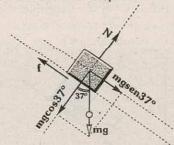
- El trabajo efectuado por la fricción en el tramo AB.
- II) El trabajo efectuado por el peso.
- III) El trabajo efectuado por la componente normal de la fuerza del plano sobre el bloque.



- A) 900 J; 900 J;
- B) -900 J ; 900 J ; 0
- C) 2,7 kJ ; 2,7 kJ ; 0
- D) 2.7 kJ; 2.7 kJ; 0
- E) -2,7 kJ; 2,7 kJ; 0

RESOLUCIÓN

Haciendo D.C.L. al bloque :



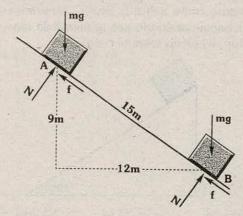
Si V=cte; hay equilibrio, entonces : $N=mg\ cos\ 37^o$

f =mg sen 37°

* Cálculo del trabajo tramo AB

• El triángulo de 37° y 53° es notable

Luego:
$$AB = 3 \times 5 = 15 \text{ m}$$



La normal, no realiza trabajo :

$$\therefore \ \overline{(W_{AB}^N=0)}$$

Rpta. (III)

Calculando el trabajo de la fricción

$$W_{AB}^f = -f \times d$$

$$W_{AB}^f = -mg \text{ sen } 37 \times d$$

$$W_{AB}^f = -30 \times 10 \times 3/5 \times 15$$

$$W_{AB}^f = -2700 J$$

$$W_{AB}^{f} = -2.7 \text{ kJ}$$

Rpta. (I)

Calculando el trabajo del peso

$$W_{AB}^{mg} = mgh$$

$$W_{AB}^{mg} = 30 \times 10 \times 9$$

$$W_{AB}^{mg} = 2700 J$$

$$W_{AB}^{mg} = 2.7 \text{ kJ}$$

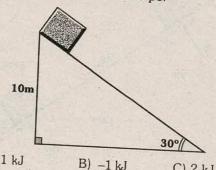
Rpta. (II)

Clave: E



PROBLEMA 11 (Sem. CEPRE UNI

El cuerpo de 10 kg de masa, desciende con rapidez constante por el plano inclinado rugoso como indica la figura. Determinar el trabajo realizado por la fuerza de reacción del plano sobre el cuerpo.



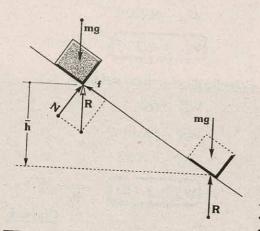
- A) 1 kJ
- B) -1 kJ
- C) 2 kJ

- D) 1 730 J
- E) -1 730 J

RESOLUCIÓN

- * La fuerza de reacción (R) del plano sobre el cuerpo es la resultante de la fuerza de fricción (f) y la reacción normal (N).
- Si el bloque desciende a velocidad constante entonces está en equilibrio.

D.C.L. bloque



- En equilibrio
- $\Sigma \overline{F}_{v} = \overline{0}$

R = mg

* Luego:

si V=cte

$$W_{NETO} = 0$$

$$W_{mg} + W_{R} = 0$$

$$W_R = -W_{mg}$$

El trabajo del peso, evaluamos en su desplazamiento vertical y es positivo.

$$W_{mg} = (mg) \times h$$

$$W_{mg}=10\!\times\!10\!\times\!10$$

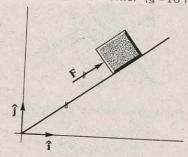
$$W_{mg} = 1 \text{ kJ}$$

$$W_R = -1 \text{ kJ}$$
 Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 12

El bloque de 5 kg mostrado en la figura se desplaza, 10 m sobre el plano inclinado liso. Si $F = (56 \hat{i} + 42 \hat{j}) N$. Determinar el trabajo netò efectuado sobre el bloque (en J) para dicho desplazamiento. $(g=10 \text{ m/s}^2)$



A) 600

B) 400

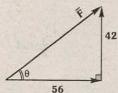
C) 500

D) 700

E) 300

RESOLUCIÓN

La fuerza "F" paralela al plano se gráfi- • ca :



* Por T. de Pitágoras :

$$F = \sqrt{56^2 + 42^2} = 70$$
$$F = 70 \text{ N}$$

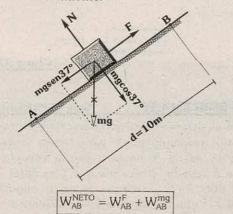
* tg
$$\theta = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$$

Concluímos:

El ángulo de inclinación del plano es 37º.

Cálculo del trabajo neto

- * Haciendo D.C.L. al bloque.
- * Descomponiendo "mg" en la dirección del movimiento.



$$W_{AB}^{NETO} = F \times d + (-mg \text{ sen } 37^{\circ})d$$

$$W_{AB}^{NETO} = (F - mg sen 37^{\circ})d$$

$$W_{AB}^{NETO} = \left(70 - 5 \times 10 \times \frac{3}{5}\right) \times 10$$

$$. \left[W_{AB}^{NETO} = 400 \text{ J} \right]$$

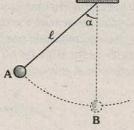
Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 13

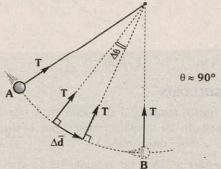
Halle el trabajo realizado por la tensión de la cuerda cuando la esferita de masa "m" es soltada en el punto A y se desplaza hacia

- A) mg ℓ sen α
- B) mg ℓ $(1-\cos\alpha)$
- C) $mg \ell cos \alpha$
- D) mg ℓ (1-sen α)
- E) 0



RESOLUCIÓN

Cuando la esferita se desplaza en el trayecto AB, la tensión es perpendicular al desplazamiento,



Verificamos: tomando un desplazamiento pequeño $(\Delta \overline{d})$



* Concluímos entonces que el trabajo rea- * lizado por la tensión es nula.

$$W_{\rm T} = 0J$$

Rpta.

Clave: E

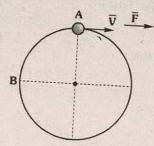
Conclusión

Las fuerzas radiales nunca realizan trabajo mecánico:

$$W^{F_{rad.}} = W^{F_{cp}} = 0$$

PROBLEMA 14

Un cuerpo de masa "m" se mueve en una trayectoria circular bajo la acción de una 💠 fuerza tangencial constante (F = 10 N). Si & el trabajo realizado por la fuerza para ir desde A hasta B es de $60\,\pi$ J, determinar el radio de la trayectoria.



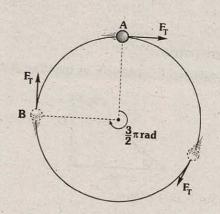
- A) 1 m
- B) 2 m
- C) 3 m

- D) 4 m
- E) 5 m

RESOLUCIÓN

La fuerza tangencial (F_T) está en la misma dirección del desplazamiento; por tanto sí hay trabajo desarrollado.

Cuando la fuerza tangencial está en el sen- 💠 ria mostrada, si se sabe que F es igual a trabajo desarrollado es positivo.



El trabajo de la fuerza tangencial (Tramo AB)

$$W = F_T \times S$$
 ... (

$$S = \theta \times R = \frac{3}{2}\pi \times R$$

Reemplazando valores:

En (I):

$$60\pi = 10 \times \frac{3}{2}\pi \times R$$

Resolviendo:

$$\therefore \boxed{R=4\ m}$$

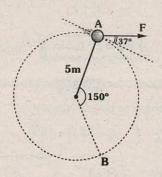
Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 15

(Sem. CEPRE UNI)

En el sistema mostrado determine el trabajo realizado por F para mover la es- $(1.800/\pi)$ N y siempre forma un ángulo 💸 de 37º con la tangente a la trayectoria.



- A) 2 kJD) 8 kJ
- B) 4 kJ E) 12 kJ

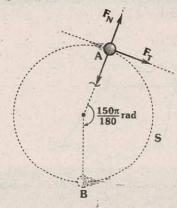
C) 6 kJ

RESOLUCIÓN

Para evaluar el trabajo de "F" descomponemos dicha fuerza en las direcciones tangencial y radial.

Las fuerzas en la dirección radial no realizan trabajo.

En el gráfico:



Por la fuerza tangencial:

$$F_T = F \cos 37^\circ$$

$$W_{F_T} = F_T \times S$$

$$W_{F_T} = (F \cos 37^\circ)(\theta \times R)$$

$$W_{F_T} = \left(\frac{1800}{\pi} \times \frac{4}{5}\right) \left(\frac{160\pi}{180} \times 5\right)$$

$$W_{F_T} = 6\ 000\ J$$

$$\Rightarrow$$
 $W_{F_T} = 6 \text{ kJ}$

Luego:

$$W_F = W_{F_N}^0 + W_{F_T}$$

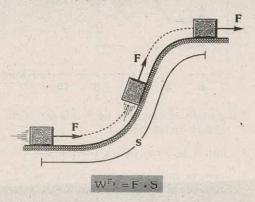
$$W_F = 6 \text{ kJ}$$

Rpta.

Clave: C

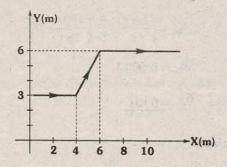
Conclusión

El trabajo de una fuerza tangencial constante (F) se calcula :



PROBLEMA 16

Una masa de 1 kg se mueve según la trayectoria que se muestra en la figura, y una de las fuerzas que actúan sobre la masa es $\overline{F} = 2 \ \hat{i} \ N$. ¿Qué trabajo realiza esta fuerza cuando la masa se mueve entre las posiciones (2,3) y (8,6)?

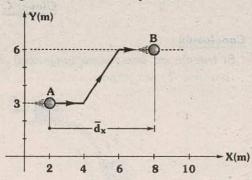


- A) 2 J
- B) 8 J
- C) 6 J

- D) 12 J
- E) 24 J

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :



- * La masa se desplaza de A a B por la acción de varias fuerzas.
- * Una de esas fuerzas es $\overline{F} = 2 \hat{i} N$.
- * Como la dirección de la fuerza F es "î". Entonces el trabajo de esta fuerza estará medido en la dirección del desplazamiento i.

Luego:

$$W_F = F \cdot d_x$$

Pero:

$$\overline{d}_x = 8\hat{i} - 2\hat{i}$$

$$\overline{d}_x = 6\hat{i}$$

$$W_F = (2)(6)$$

W_F = 12 joule

Rpta.

D Mata

El trabajo se puede calcular :

$$W_{F} = \overline{F} \cdot \overline{d}_{x} = (2 \ \hat{i}) \cdot (6 \ \hat{i})$$

$$\downarrow_{producto \ escalar}$$

Siendo: $\hat{i} \cdot \hat{i} = 1$

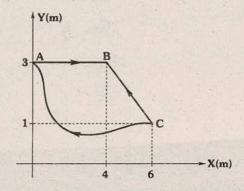
 \Rightarrow W_F = 12 joule

Clave: D

PROBLEMA 17

(Sem. CEPRE UNI)

Un objeto de 4 kg se mueve por un plano vertical siguiendo la trayectoria mostrada. Indique la proposición falsa respecto del trabajo realizado por el peso de dicho objeto. $\left(g=10\text{ m/s}^2\right)$



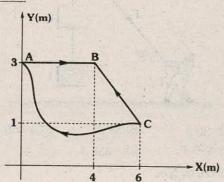
- A) Es nulo en la trayectoria ABCA.
- B) Entre A y C es positivo.
- C) Entre A y B es nulo
- D) Entre By Ces 80 J.
- E) Entre A y C es igual que entre C y A.

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :

- El eje "Y" será la dirección vertical, por tanto la aceleración (g), apuntará hacia abajo.
- * El trabajo del peso no depende de la trayectoria seguida, únicamente de las líneas * de referencia horizontal : inicial y final. *

Luego:



* Proposición (A) ... (V

En la trayectoria ABCA, el punto inicial coincide con el punto final.

$$\therefore \quad \underline{W_{\text{total}} = 0}$$

* Proposición (B)

Entre A y C el cuerpo desciende $h=2\,m$. Por tanto el peso realiza trabajo positivo.

* Proposición.(C) ... (V)

Entre A y B el cuerpo no sube ni baja por tanto el trabajo total es nulo.

* Proposición (D) ... (V) El trabajo entre B y C es positivo y su valor será :

$$W_{mg} = (mg)h = 4 \times 10 \times 2 = 80$$

$$W_{mg} = 80J$$

* Proposición (E) ... (F)

El trabajo entre A y C es positivo; pero el trabajo entre C y A es negativo (el desplazamiento vertical está en dirección opuesta al peso)

Pero cumple:

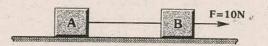
$$W_{AC} = -W_{CA}$$

Clave: E

PROBLEMA 18

Hallar el trabajo de la tensión de la cuerda aplicada sobre el cuerpo A, durante los 4 primeros segundos, sabiendo que el sistema parte del reposo y que la superficie es lisa.

$$(m_A = 2kg ; m_B = 2kg ; g=10 \text{ m/s}^2)$$



- A) 100 J
- B) 300 J
- D) 150 J E) 250 J

RESOLUCIÓN

Aplicamos teoría de dinámica para calcular la tensión entre los bloques A y B.

Del D.C.L. al sistema (A+B)



C) 200 J



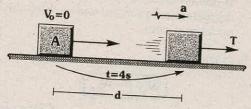
* En la superficie horizontal lisa.

$$\overline{\overline{F}}_R = m\overline{a}$$

$$10 = (2+2) \times a$$

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

El bloque "A" es jalado por la tensión



De la 2da Ley de Newton :

$$T = m a$$

$$T = 2 \times 2,5$$

$$T = 5N$$

Para calcular la distancia recorrida en t=4s, aplicamos cinemática :

De:
$$d = y_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

 $d = \frac{1}{2} \times 2, 5 \times 4^2$

El trabajo de la tensión es :

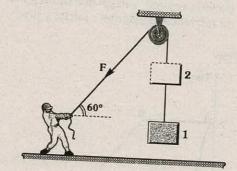
$$W_T = T \times d = 5 \times 20$$

$$W_{\rm T} = 100 \, \rm J$$
 Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 19

 una fuerza F=160 N como se muestra en la figura. Si la caja parte del reposo en el punto (1) alcanzando posteriormente una rapidez de 2 m/s en el punto (2), determinar el trabajo efectuado sobre la caja por la fuerza F cuando ésta se eleva desde el punto (1) hasta el punto (2).



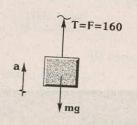
- A) _30 J
- B) 30 J
- C) 480 J

- D) 450 J
- E) -450 J

RESOLUCIÓN

Por la teoría de dinámica, calculemos la aceleración con que sube el bloque.

D.C.L. bloque :

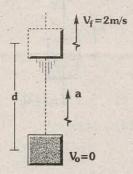


$$\Sigma \overline{F}_{v} = m \overline{a}$$

$$T-mg=ma$$

$$160 - 15 \times 10 = 15 \times a$$
$$a = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2$$

Por teoria de cinemática, evaluamos la distancia que recorre entre los puntos 1 y 2.



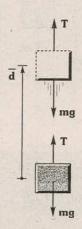
De:
$$V_f^2 = V_o^2 + 2ad$$

$$2^2 = 0 + 2 \times \frac{2}{3} \times d$$

$$d = 3 \text{ m}$$

El trabajo realizado por la fuerza "F" es la misma de la tensión.

Luego:



$$W_F = T \times d = 160 \times 3$$

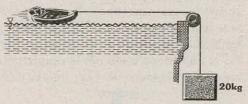
$$\therefore \left(W_{F} = 480 \text{ J} \right)$$

Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 20

Si en el sistema mostrado el botecito se mueve con rapidez constante de 2 m/s debido a la masa de 20 kg, determine el trabajo efectuado por la fricción sobre el bote durante los 10 primeros segundos.



- A) 2 kJ
- B) -2 kJ
- C) -4 kJ

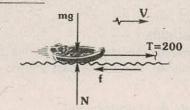
- D) 4 kJ
- E) -8 kJ

RESOLUCIÓN

Si el bote se desplaza a V=cte., entonces por equilibrio la tensión de la cuerda es igual al peso del bloque que desciende.

$$T = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

D.C.L. bote:



Si V=cte ⇒ está en equilibrio :

:.
$$f = T = 200$$

En t=10 s y moviéndose a 2 m/s recorrió:

$$d = 20 \text{ m}$$

La fricción (f) realiza un trabajo negativo y su valor en los 10 segundos es :

$$W_f = -f \times d$$

$$W_f = -200 \times 20$$



$$W_{f} = -4 000$$

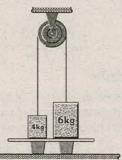
$$W_{f} = -4 kJ$$

$$Rpta.$$

Clave: C

PROBLEMA 21

Se tiene dos bloques que están en reposo y en la disposición mostrada. Repentinamente se retira el soporte inferior de las masas y los bloques empiezan su movimiento. Hallar el trabajo realizado por la cuerda para elevar 8 m al bloque de 4 kg. (g=10 m/s²)



A) 160 J

B) 384 J

C) 640 J

D) 64 J

E) -384 J

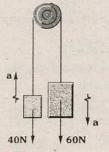
RESOLUCIÓN

Al retirar los soportes los bloques inician su movimiento; el de 6 kg baja y el de 4 kg sube.

Cálculo de la aceleración

Recuerde: W=mg

Por la regla de Atwood :

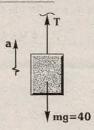


$$a = \frac{\sum_{D.M.}^{F} - \sum_{D.O.M.}^{F}}{\sum_{total}^{m}}$$

$$a = \frac{60 - 40}{6 + 4} = 2$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de la tensión



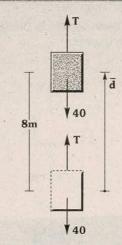
De la 2da Ley de Newton :

$$\boxed{\Sigma \overline{F}_v = m \ \overline{a}}$$

T - mg = ma

$$T - 40 = 4 \times 2$$

Cálculo del trabajo realizado por "T"



$$W_T = T \times d$$

$$W_T=48\times 8$$

$$W_{\rm T} = 384 \text{ J}$$

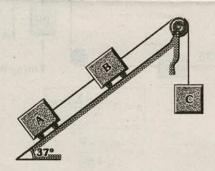
Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 22

Calcular el trabajo sobre A de la fuerza de tensión de la cuerda que une A con B, para cuando C logre ascender 12 m. Las masas de A, B y C son iguales a 20 kg (g = 10 m/s^2).

(Desprecie toda fricción)

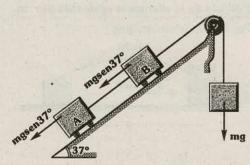


- A) 1 280 J
- B) -1 280 J
- C) 580 J
- D) -580 J
- E) 160 J

RESOLUCIÓN

Cálculo de la aceleración del sistema

Por la "Regla de Atwood" que se aprendió en dinámica. (ver fascículo Nº 8)



$$a = \frac{\sum_{D.M.}^{F} - \sum_{D.O.M.}^{F}}{\sum_{total}^{m}}$$

$$a = \frac{mg \ sen \ 37^{o} + mg \ sen \ 37^{o} - mg}{3m}$$

$$a = \frac{\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} - 1\right)}{3} = \frac{g}{15}$$

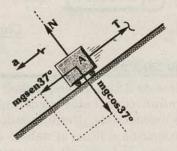
$$a = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

"Los tres cuerpos llevan la misma aceleración".

Cálculo de la tensión en la cuerda

Por teoría de dinámica.

D.C.L. bloque "A":



En la dirección del plano inclinado:

$$\Sigma \overline{F} = m \overline{a}$$

mg sen 37 - T = ma

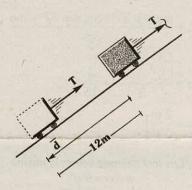
$$20 \times 10 \times \frac{3}{5} - T = 20 \times \frac{2}{3}$$

$$T = \frac{320}{3}$$
 Newton

Cálculo del trabajo realizado por "T"

Si "C" sube 12 m, entonces "A" desciende $12\ m$.





* El trabajo de "T" es negativo.

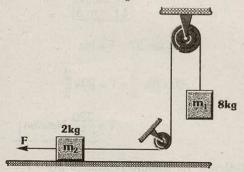
$$W_T = -T \times d = -\frac{320}{3} \times 12$$

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 23

El bloque de 2 kg y el bloque de 8 kg se encuentran conectados mediante una cuerda inextensible. Despreciando todo . tipo de fricción, calcule el trabajo (en J) que realiza la fuerza F horizontal de 75 N, durante los 8 primeros segundos de movimiento de mo.



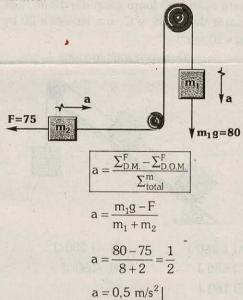
A) 1 200 D) -1500 B) 1 600

C) -1200E) - 1800

* RESOLUCIÓN

Cálculo de la aceleración del sistema

· Por la "Regla de Atwood" aprendida en dinámica.

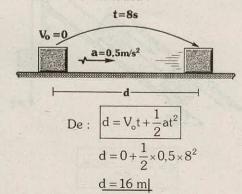


Notamos:

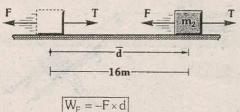
El bloque "m2" avanza hacia la derecha y "F" está indicando en dirección · contraria.

Cálculo de la distancia recorrida por m,

Por teoría de cinemática:



Cálculo del trabajo realizado por "F"



$$W_F = -F \times d$$

$$W_F = -75 \times 16$$

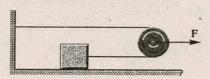
$$W_{\rm F} = -1 \ 200 \ {\rm J}$$
 Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 24

¿Que trabajo debe realizar F para que el bloque de 2 kg recorra 10 m partiendo del reposo con una aceleración de 2 m/s2?.

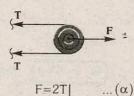
La masa de la polea es despreciable y el coeficiente de rozamiento es 0,4.



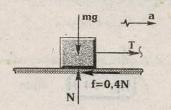
- A) 60 J
- B) 120 J
- C) 240 J
- D) 80 J
- E) 200 J

RESOLUCIÓN

Del D.C.L. a la polea de peso despreciable obtenemos:



Del D.C.L. al bloque y con los datos



De la 2da Ley de Newton :

$$\Sigma \overline{F}_H = m \overline{a}$$

$$T - f = m \times a$$

$$T = 2 \times 2 + 0.4N$$
 ... (

En la vertical

$$\Sigma \overline{F}_v = \overline{0}$$

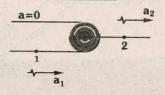
(II) en (I):

$$T = 4 + 0, 4 \times 2 \times 10$$

$$T = 12N$$

De (a) concluímos:

Análisis en la polea móvil



$$a_2 = \frac{a_1 + 0}{2} = \frac{a_1}{2}$$

$$a_2 = \frac{a_1}{2}$$

Podemos también concluir :

Si "1" avanza 10 m, "2" avanza 5 m.

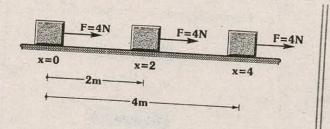
CÁLCULO DEL TRABAJO MECÁNICO MEDIANTE GRÁFICAS

Tan igual como se hacen las gráficas del movimiento, es posible realizar gráficas de la fuerza (\overline{F}) y el desplazamiento (\overline{x}) realizado por el cuerpo.

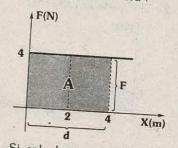
Caso I

Si "F" es constante.

En la figura :



Su gráfica F vs x será:



Si calculamos el área estamos calculando el trabajo.

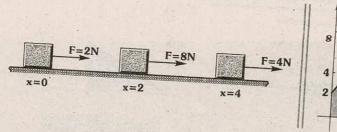
 $W^F = \text{área} = A$

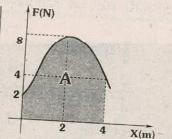
Caso II

Cuando "F" es variable.

Supongamos:

Su gráfica F vs x podría ser :





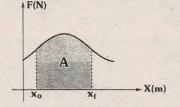
Similar al caso anterior :

 $W^F = \text{área} = A$

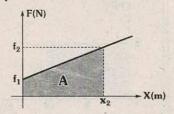




El trabajo entre las posiciones x_o y x_f será :



2 Si F varía linealmente :



El trabajo desde $x_0 = 0$ hasta $x_1 = x_2$

será:

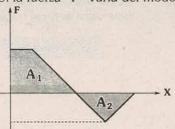
$$W = F_{prom.} \cdot d$$

$$W = \left(\frac{F_1 + F_2}{2}\right) \cdot x_2$$

W = área = A



3 Si la fuerza "F" varía del modo indicado :



Se observa:

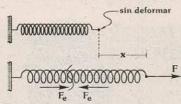
A₁: Trabajo positivo

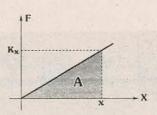
A2: Trabajo negativo

Luego:

$$\boldsymbol{W}^{TOTAL} = \boldsymbol{W}^{NETO} = \boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2$$

TRABAJO DE LA FUERZA ELÁSTICA (fe)





 $W^F = \text{área} = \frac{1}{2}Kx^2$

Por Ley de Hooke :

$$F_e = Kx$$

* K : rigidez del resorte (N/m)

* x : deformación (m)

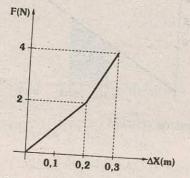


PROBLEMAS DE APLICACIÓN

PROBLEMA 26

(Sem. CEPRE UNI)

El gráfico muestra la fuerza vs desplazamiento de un cuerpo. El trabajo realizado al desplazar el cuerpo 0,3 m será :



A) 0,5 J

B) 0,25 J

C) 1 J

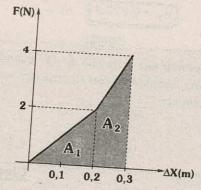
D) 0,6 J

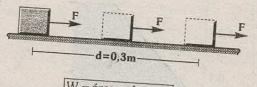
E) 0,4 J

RESOLUCIÓN

Por teoría :

El trabajo realizado por la fuerza variable es numéricamente igual al área debajo la gráfica.





 $W = \text{área} = A_1 + A_2$

 $W = \frac{0,2 \times 2}{2} + \left(\frac{4+2}{2}\right) \times 0,1$

Luego:

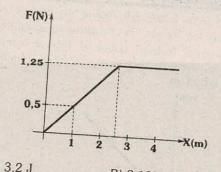
W = 0.5 J

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 27 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque se desplaza horizontalmente sobre una superficie lisa bajo la acción de una fuerza que varía con "X" según la figura. Calcule el trabajo para llevar ésta masa desde x=0, hasta x=3m.



♦ A) 3,2 J

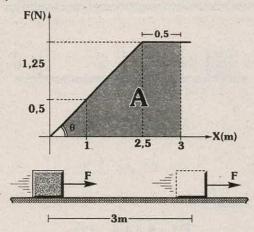
B) 2,1875 J

C) 2,75 J

D) 1,875 J



Teoría: El trabajo de la fuerza variable es & D) 6,25 J numéricamente igual al área debajo la gráfica.



En la recta inclinada es fácil determinar que la abscisa para F=1,25 es x=2,5.

$$W = \text{área} = \left(\frac{3+0.5}{2}\right) \times 1,25$$

$$\therefore \quad \mathbf{W} = \mathbf{2.1875} \mathbf{J} \quad Rpta.$$

Clave: B

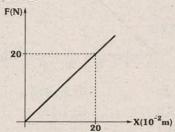
٠

*

٠

PROBLEMA 28 (Sem. CEPRE UNI

La fuerza Faplicada sobre un bloque se comporta según se muestra en la figura. . Calcule el trabajo sobre el bloque cuando es llevado desde $x_1 = 0.10 \text{ m}$ hasta $x_2 = 0.15 \text{ m}$.



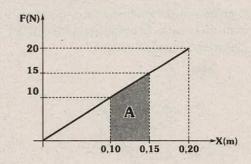
- A) 0,0625 J
- B) 625 J
- C) 625 kJ

- E) 0,625 J

RESOLUCIÓN

 Teoría: El área debajo la gráfica F vs X nos da el valor del trabajo de la fuerza "F".

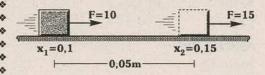
Según el problema :



Se puede concluir :

si
$$x = 0.10 \Rightarrow F = 10$$

$$x = 0.15 \implies F = 15$$



$$W_F = A = \left(\frac{15+10}{2}\right) \times 0,05$$

$$W_{\rm F} = 0,625 \, \text{J} \qquad Rpta.$$

13 Nota

Recordar que el trabajo de "F" cuando varia linealmente con su posición, esta dado por :

$$W_{F} = F_{\text{prom.}} \times d$$

$$\therefore W_F = \left(\frac{F_o + F_f}{2}\right)(x_2 - x_1)$$

Clave: E

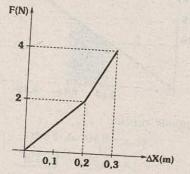
TRABAJO

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

PROBLEMA 26

(Sem. CEPRE UNI)

El gráfico muestra la fuerza vs desplazamiento de un cuerpo. El trabajo realizado al desplazar el cuerpo 0,3 m será:



A) 0,5 J

B) 0,25 J

C) 1 J

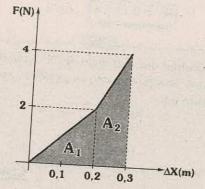
D) 0,6.J

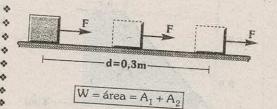
E) 0,4 J

RESOLUCIÓN

Por teoría :

El trabajo realizado por la fuerza variable ses numéricamente igual al área debajo la spráfica.





 $W = \frac{0,2 \times 2}{2} + \left(\frac{4+2}{2}\right) \times 0,1$

Luego:

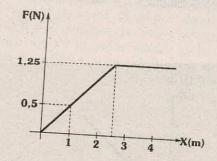
W = 0.5 J

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 27 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque se desplaza horizontalmente sobre una superficie lisa bajo la acción de una fuerza que varía con "X" según la figura. Calcule el trabajo para llevar ésta masa desde x=0, hasta x=3m.



A) 3,2 J

B) 2,1875 J

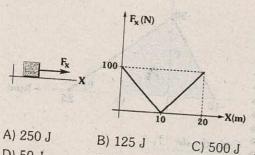
C) 2,75 J

D) 1,875 J

♦ E) 3,75 J

PROBLEMA 29 (Sem. CEPRE UNI

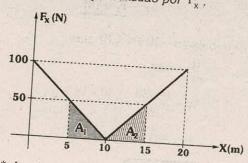
Sobre un cuerpo de 2 kg de masa actúa 💠 una fuerza que varia con la posición, como 💠 indica la figura. Determinar el trabajo realizado por la fuerza desde x=5 m hasta x=15 m.



- D) 50 J
- B) 125 J E) 100 J

RESOLUCIÓN

Teoría: El área debajo la gráfica, nos da el 💠 valor del trabajo realizado por F_x .



La figura ofrece simetría, podemos calcular las ordenadas para x=5 y x=15. Luego:

si
$$x = 5 \implies F_x = 50$$

 $x = 15 \implies F_x = 50$

También :

$$A_1 = A_2 = \frac{5 \times 50}{2} = 125$$

El trabajo realizado por F_x desde x=5 hasta x=15 es:

$$W = A_1 + A_2$$

$$W = 125 + 125$$

$$W = 250$$

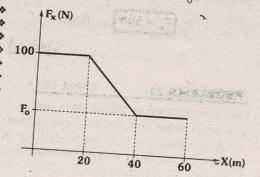
$$W_{F_x} = 250 \text{ J}$$
 Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 30

CEPRE UNI

La fuerza F_x que actúa sobre un cuerpo está descrita según se muestra en la figura. Si el trabajo total realizado por F_x fue de 4 500 J, determine el valor de F_o.



- A) 50 N
- B) 40 N
- C) 30 N

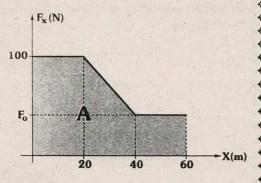
- D) 500 N
- E) 400 N

RESOLUCIÓN

Teoría : área debajo la curva F – x , mide el trabajo.

Dato:

$$W_{\text{total}} = 4\,500\,\text{J}$$



A =
$$100 \times 20 + \left(\frac{100 + F_o}{2}\right) 20 + 20 \times F_o$$

A = $3000 + 30 F_o$

Luego:

$$4\,500 = 3\,000 + 30\,F_0$$

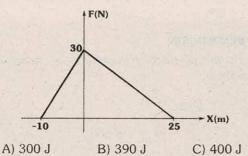
$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{F_o} = \mathbf{50N}} \quad Rpta.$$

Clave: A

PROBLEMA 31

CEPRE UNI

La figura muestra el gráfico de la fuerza F, que actúa sobre una partícula que se mueve en la dirección + X, en función de la posición. Calcule el trabajo realizado por F cuando la partícula se mueve x=-10 a x=+10.

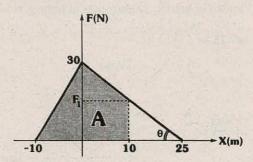


D) 480 J

E) 630 J

RESOLUCIÓN

Teoría: el área debajo la gráfica nos medirá el trabajo.



Cálculo de "F,"

En la figura :

$$tg \ \theta = \frac{F_1}{15} = \frac{30}{25}$$

$$\therefore \quad \overline{F_1} = 18$$

El trabajo en -10 ≤ x ≤ 10 será :

$$W = \frac{10 \times 30}{2} + \left(\frac{30 + 18}{2}\right) \times 10$$

$$W = 390$$

$$\therefore W = 390 J$$
 Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 32

CEPRE UNI

Una fuerza varía con la posición como se muestra en la figura. Determine el trabajo hecho por la fuerza desde :

a)
$$x = -4m$$
 hasta $x = +4$

b)
$$x = 0$$
 m hasta $x = +2$ m

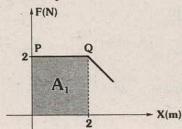


- Sólo en el tramo PQ el trabajo es positivo y vale 4J.
- II) El trabajo en el tramo QR vale 1 J, con la fuerza señalando hacia - X.
- III) El trabajo total es cero cuando el bloque alcanza la posición $\left(3+\sqrt{5}\right)m$.
- A) VVV
- B) FVV
- C) VVF

- D) VFV
- E) FFF

Proposición I

En el tramo PQ.



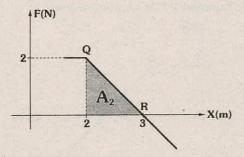
El trabajo es positivo y vale :

$$W = 2 \times 2$$

$$\therefore \quad W_{PQ} = 4J$$

Proposición II

En el tramo QR.



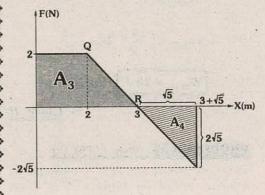
* * El trabajo también es positivo.

"F" va disminuyendo pero es positivo y apunta en el eje +X.

$$W = \text{área} = \frac{1 \times 2}{2}$$

$$\therefore \quad W_{QR} = 1 J$$

Proposición III



Para: $0 \le x \le 3 + \sqrt{5}$

$$W_{total} = A_3 - A_4$$

$$W_{\text{total}} = \frac{(3+2)2}{2} - \frac{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{2}$$

$$W_{total} = 0$$

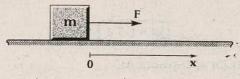
Luego, las proposiciones dadas resultan :



Clave: D

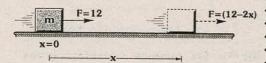
PROBLEMA 37 (Sem. CEPRE UNI

Al bloque de la figura, que se encuentra en el origen de coordenadas, se le aplica una fuerza $F=(12-2x)\hat{i}\ N$. F habrá realizado un trabajo de $\ 20\ J$ cuando el bloque haya efectuado un desplazamiento (en $\ m$) igual

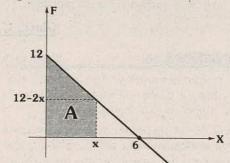


- A) -2 î D) 10 î
- B) 4 î
- E) -10 î

La fuerza "F" es variable y depende de la posición "x".



Su gráfica es:



Por teoría :

$$W = \text{área} = 20$$

$$W = \left(\frac{12 + 12 - 2x}{2}\right) = x$$

$$20 = 12 - x^2$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x > -10$$

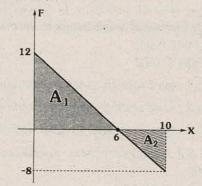
Resolviendo:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 10$$

Observando las alternativas notamos que
sólo hay respuesta para x=10.

Verificando:



El trabajo neto es:

$$W = A_1 - A_2$$

$$W = \frac{12 \times 6}{2} - \frac{4 \times 8}{2}$$

$$W = 20 J$$

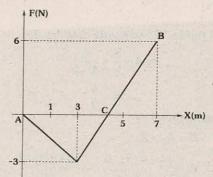
$$\overline{x} = 10 \hat{i}$$
 Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 38

CEPRE UNI

El gráfico muestra como varía una fuerza aplicada a un cuerpo en función del desplazamiento.

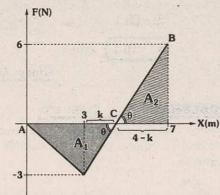




- Calcular el trabajo realizado por dicha fuerza al desplazar el objeto del punto À a B.
- II) ¿Qué relación hay entre la orientación de la fuerza y el desplazamiento del cuerpo entre A y C?
- III) ¿Entre C y B?
- A) 2,5 J; igual sentido; sentido contrario.
- B) 1,5 J; igual sentido; sentido contrario.
- C) 1,5 J; sentido contrario; igual sentido.
- D) 1,5 J; sentido contrario; sentido contrario.
- E) -2,5 J; sentido contrario; igual sentido.

i) Cálculo del trabajo (trayecto ACB)

En el gráfico F vs X



* El punto "C" se puede calcular de :

$$tg \theta = \frac{3}{k} = \frac{6}{4 - k}$$

$$\therefore k = \frac{4}{3}$$

El trabajo total es :

$$W = A_2 - A_1$$

$$W = \frac{(4 - 4/3) \times 6}{2} - \frac{(3 + 4/3) \times 3}{2}$$

$$W = 1,5$$

$$W = 1,5 J$$

$$Rpta (I)$$

ii) En el trayecto AC

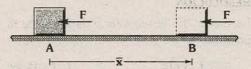
*

٠

*

*

Notamos que la fuerza es negativa, por tanto tendrá dirección $\left(-\hat{i}\right)$, mientras el bloque se desplaza en la dirección $\left(\hat{i}\right)$.



iF y x tienen sentido contrario!

iii) Por las mismas consideraciones anteriores, en el trayecto CB.

iF y x tienen el mismo sentido!

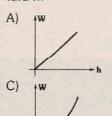
Clave: C

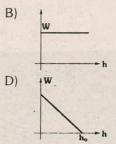
PROBLEMA 39

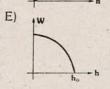
JEPRE UNI)

Un cuerpo se desliza sin fricción hacia aba jo sobre un plano inclinado, partiendo de
 una altura ho con respecto al piso.

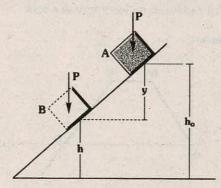
¿Cuál de los siguientes gráficos representa
 mejor cualitativamente el trabajo W que rea liza el peso del cuerpo en función de la al tura h?







Sabemos que el peso es una fuerza conservativa y depende solamente de la altura tomada entre los niveles inicial y final.



* El trabajo del peso en el trayecto AB es positivo y se calcula por :

$$W_P = P \times y$$

$$W_{P} = mg \times (h_{o} - h)$$

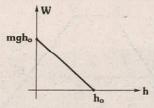
$$W_P = mg h_o - mgh$$

Esta ecuación tiene la forma :

$$W_P = a - bh$$

a y b: constantes

La gráfica de esta ecuación es una recta :

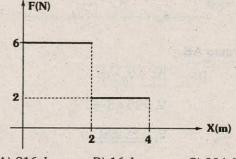


Clave: D

PROBLEMA 40 (Sem. CEPRE UNI

Un cuerpo de 2 kg se mueve en una superficie plana y lisa con rapidez de 15 m/s. Si

se le aplica una fuerza en la dirección del
movimiento cuyo módulo varía según se muestra en el gráfico, calcule el trabajo que
realiza dicha fuerza desde que se aplica
(t=0), hasta t=4 s.



A) 216 J

B) 16 J

C) 304 J

D) 300 J

E) 128 J

RESOLUCIÓN

Cálculo de aceleraciones

De los datos podemos decir que la fuerza (F) es quien produce la aceleración en el bloque de 2 kg.

Por teoría de dinámica

i) Si F=6N

De :

 $\overline{F}_R = m \overline{a}$

 $6 = 2 \times a_1$

 $\therefore a_1 = 3 \text{ m/s}^2$

ii) Si F=3N

De:

 $\overline{F}_R = m \ \overline{a}$

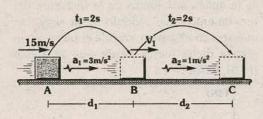
 $2 = 2 \times a$

 \therefore a=1 m/s²

Cálculo de distancias recorridas

Según la condición del problema y aplicando la teoría de cinemática, diremos :





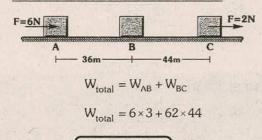
Tramo AB:

De:
$$V_{f} = V_{o} + at$$

$$V_{1} = 15 + 3 \times 2$$

$$V_{1} = 21 \text{ m/s}$$

Cálculo del trabajo total realizado



 $W_{\text{total}} = 304 \text{ J}$ Rpta.

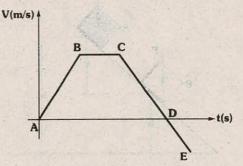
Clave: C

PROBLEMA 41

(Sem. CEPRE UNI

Sobre un cuerpo actúa una fuerza de tal

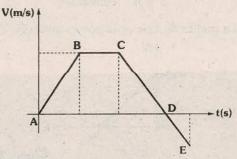
manera que el cuerpo realiza un movimiento rectilíneo. En la figura se muestra un gráfico velocidad - tiempo para dicho cuerpo. El signo del trabajo realizado por la fuerza en cada uno de los intervalos será:



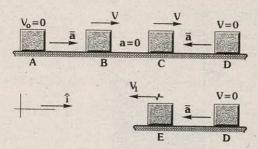
- A) +;+;-;-
- B) +; nulo; -; -
- C) +; nulo; +; -
- D) +; -; -; +
- E) +; nulo; -; +

RESOLUCIÓN

Grafiquemos físicamente el movimiento rectilíneo realizado.



- * Tramo AB : acelera
- * Tramo BC : V=cte
- * Tramo CD : desacelera
- * Tramo DE : acelera en sentido inverso.



La dirección de la aceleración es la misma de la fuerza resultante.

Considerando la dirección \hat{i} como positiva. Entonces, el trabajo será positivo si (F_R) (\bar{a}) está en la misma dirección del movimiento, en caso contrario es negativo.

Luego:

Tramo AB: W(+)

Tramo BC : W = 0

Tramo CD: $\mathbf{W} = (-)$

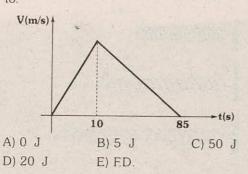
Tramo DE W = (+)

Rpta.

Clave: E

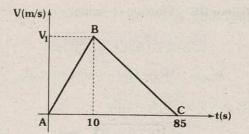
PROBLEMA 42 (Sem. CEPRE UNI

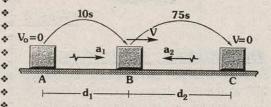
La gráfica muestra la velocidad de un cuerpo de 5 kg sometido a la acción de fuerzas. Hallar el trabajo total realizado por las fuerzas durante los 85 segundos del movimiento.



RESOLUCIÓN

Físicamente el movimiento realizado por el cuerpo es :





Por cinemática

Tramo AB:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2ad$$

$$V^2 = 2 \times a_1 \times d_1$$

$$a_1 d_1 = \frac{V^2}{2}$$
... (I)

Tramo BC :

$$\begin{aligned} & \boxed{V_f^2 = V_o^2 - 2ad} \\ & 0^2 = V^2 - 2 \times a_2 d_2 \\ & a_2 d_2 = \frac{V^2}{2} \end{aligned} \qquad ... (II)$$

Cálculo del trabajo neto

Sabiendo que la fuerza resultante tiene la
 misma dirección de la aceleración.



Tramo AB (Trabajo positivo)

$$W_{AB} = (F_{R_1}) \times d_1 = ma_1 \times d_1$$

Tramo BC (Trabajo negativo)

$$W_{BC} = -FR_2 \times d_2 = -ma_2d_2$$

$$W_{NETO} = W_{AB} + W_{BC} = ma_1d_1 - ma_2d_2$$

De (I) y (II) : $a_1d_1 = a_2d_2$

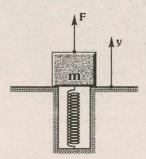


Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 43 (Sem. CEPRE UNI

Si para levantar verticalmente el bloque "m" se requiere de una fuerza F=50y+100 (F en Newton, "y" en metros), determínese el trabajo realizado por F para elevar el bloque una altura de 10 m.



A) 1,5 kJ

B) 2,5 kJ

C) 3,5 kJ

D) 5 kJ

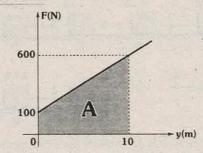
E) 7 kJ

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema, la fuerza "F" para vencer la gravedad y la fuerza elástica, varia en su desplazamiento vertical según la ecuación :

$$F = 50y + 100$$

Graficando:



Por teoría:

$$W_{F} = \left(\frac{600 + 100}{2}\right) 10$$

$$W_{F} = 3500$$

 $W_F = 3.5 \text{ kJ}$

Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 44 (Sem. CEPRE UNI

Si se necesitan 4 000 J de trabajo para alargar un resorte 10,0 cm a partir de su longitud no deformada, determine el trabajo extra (en kJ) necesario para extenderlo 10,0 cm adicionales.

A) 8

B) 9

C) 10

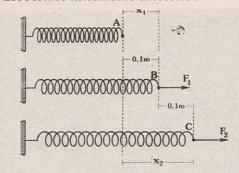
D) 11 .

٠

E) 12

RESOLUCIÓN

Esbocemos físicamente al resorte :



El trabajo para deformar una longitud "x" al resorte es calculado así :

$$W_F = \frac{1}{2}Kx^2$$

Por dato:

$$W_{AB} = 4\ 000 = \frac{1}{2}Kx_1^2$$

$$4\ 000 = \frac{1}{2} K \left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$\therefore K=8\times10^5 \text{ N/m}$$

Nos piden: WRC

$$W_{BC} = W_{AC} - W_{AB}$$

$$W_{BC} = \frac{1}{2}Kx_2^2 - \frac{1}{2}Kx_1^2$$

$$W_{BC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^5 \times \left(\frac{2}{10}\right)^2 - 4\ 000$$

$$W_{BC} = 12000$$

$$\therefore \boxed{W_{BC} = 12 \text{ kJ}}$$

Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 45

CEPRE UNI

Un recipiente se encuentra sobre el resorte (K=250 N/m). Si se llena gota a gota con 5 litros de agua, calcule el trabajo que realiza . el peso del agua sobre el resorte.

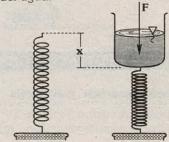
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 10 J
- B) 5 J
- C) 2 JD) 2,5 J
- ♦ E) 7,5 J



RESOLUCIÓN

Cuando se llenó con 5 lt el resorte se deformó "x". La fuerza que lo deforma será el peso del agua.



Luego:

En 5 litros, m=5 kg

$$5 \times 10 = 250 \times x$$

$$\therefore x = \frac{1}{5} m$$

Cálculo del trabajo de "F"

$$\begin{aligned} W_F &= \frac{1}{2}Kx^2 \\ W_F &= \frac{1}{2} \times 250 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 \end{aligned}$$

$$W_F = 5$$

$$W_F = 5J$$
 Rpta.

Clave: B



Energía Mecánica (EM)

Magnitud física escalar, expresa la medida (general) del movimiento mecánico de los cuerpos y/o sus interacciones debido a campos físicos.

ENERGÍAS MECÁNICAS USUALES

1 ENERGÍA CINÉTICA (EK)

Cuando un cuerpo tiene masa y velocidad.

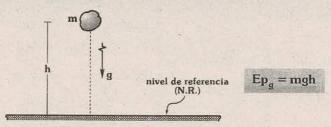


$$E_K = \frac{1}{2} m V^2$$

2 ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (Ep)

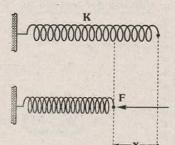
a Energía potencial gravitatoria (Epg)

Cuando un cuerpo de masa "m" ha ganado altura "h" respecto de un nivel de referencia en un campo gravitatorio (g), hay energía almacenada.



b Energía potencial elástica (Ep.)

Cuando un resorte fue estirado o comprimido una distancia "x", hay energía almacenada.



$$\mathsf{Ep}_e = \frac{1}{2} \mathsf{K} \mathsf{x}^2$$

K: rigidez del resorte (N/m)

x : deformación (m)



De esta última relación también puede las fórmulas, expresarse como :

$$\Delta E_{K} + \Delta E_{D} = W_{FNC}$$

$$\Delta E_{K} = W_{NETO}$$

Notar en la expresión :

$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

(Principio II)

Si hacemos $W_{FNC} = 0$, entonces:

$$\Delta E_{M} = 0$$

(Principio I)

Sugerencias para la resolución de problemas

- Ubicados las posiciones inicial y final, elegir un nivel de referencia (N.R.) adecuado. El N.R. adecuado es aquel que hace menos tediosa la solución; simplificando algunas energías que redundan.
- Algunas veces la energía potencial se presenta como gravitatoria en otras elástica y en otras como ambas.
- En algunos problemas la teoría aprendida en capítulos anteriores (cinemática, dinámica, etc) nos será de mucha utilidad para la resolución.

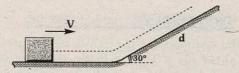




PROBLEMAS DE APLICACIÓN

PROBLEMA 46

Un bloque pequeño es lanzado horizontalmente con velocidad de 5 m/s como se indica. Despreciando toda fricción. ¿Cuánto es la distancia "d" que logra avanzar como máximo en el plano inclinado? $\left(g=10\text{ m/s}^2\right)$



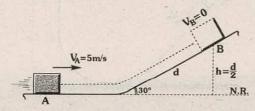
- A) 2,5 m
- B) 25 m
- C) 50 m

- D) 5 m
- E) 1,25 m

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema no hay fricción; por lo tanto la energía mecánica se conserva.

En la figura :



Aplicamos:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + E_{P_A}^0 = E_{K_B}^0 + E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} \times 5^2 = 10 \times \frac{d}{2}$$

d = 2,5 m

Rpta.

Clave: A

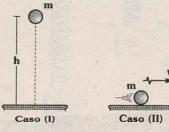
PROBLEMA 47 (Sem. CEPRE UNI

¿A que altura debe elevarse un cuerpo para que incremente su energía potencial en una cantidad igual a la energía que tendría si se desplazara con una rapidez de 20 m/s? (g=10 m/s²)

- A) 50 m
- B) 5 m
- C) 10 m
- D) 20 m
 E) 40 m

RESOLUCIÓN

El problema nos plantea dos situaciones :



$$Ep_1 = E_{K_{II}}$$

$$m g h = \frac{1}{2}mV^2$$

$$10 \times h = \frac{1}{2} \times 20^2$$

 $\therefore \boxed{h = 20 \text{ m}}$

Rpta.

Clave: D



PROBLEMA 48 (Sem. CEPRE UNI

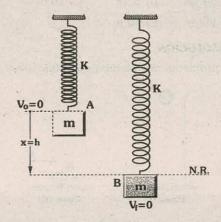
Un resorte de constante K cuelga verticalmente. Un bloque de masa "m" se ata al extremo del resorte sin deformar y se le deja caer desde el reposo. Determine la máxima longitud que cae el bloque antes de que comience a moverse hacia arriba.

- A) 3 mg/K
- B) mg/K
- C) 2 mg/K
- D) 2 mg/3K
- E) mg/2K

RESOLUCIÓN

Como notamos en este problema, la presencia de resortes implicará la existencia de energía potencial elástica.

Graficamos la situación inicial y final del problema.



No hay fuerzas no conservativas por tanto :

$$\boxed{E_{M_A} = E_{M_B}}$$

$$E_{K_A} + E_{p_A} = E_{K_B} + E_{p_B}$$

$$Ep_{e_A} + Ep_{g_A} = Ep_{e_B} + Ep_{g_B}$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2}Kx^2 + 0$$

$$mg x = \frac{1}{2} Kx^2 + 0$$

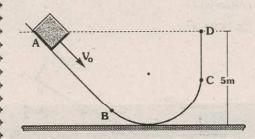
$$\therefore \boxed{\mathbf{x} = \frac{2 \text{ mg}}{\mathbf{K}}} \quad Rpta.$$

Clave: C

PROBLEMA 49 (Sem. CEPRE UNI

En una pista lisa que consta de dos partes rectas AB y CD, se lanza una partícula de 2 kg desde el punto A, con rapidez $V_o=20~\text{m/s}$. Hallar la máxima altura que alcanzará respecto del piso horizontal, sabiendo que CD es vertical.

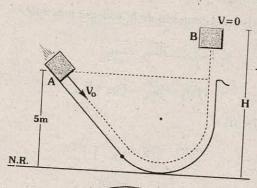
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



- A) 15 m
- B) 20 m
- C) 25 m
- D) 30 m
- E) 50 m

RESOLUCIÓN

El movimiento realizado por el bloque es:





$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} = Ep_A = E_{K_B} + Ep_B$$

$$\frac{1}{2}$$
 MV_o² + Mgh = MgH

$$\frac{20^2}{2} + 10 \times 5 = 10 \times H$$



Rpta.

Clave: C *

PROBLEMA 50 CEPRE UNI

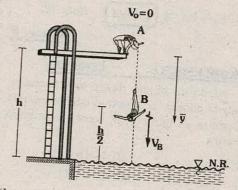
Una persona se deja caer desde lo aito *. de un trampolín de altura h, hallar el cociente entre las energías cinética y potencial cuando la magnitud de su desplaza- 💠 miento es h/2. ¿A partir de que despla- * Del resultado anterior notamos : si la perso-

- * A) 2; y>h/2
 - B) 1; y > h/2
- C) 1; y < h/2</p>
 D) 2; y ≥ h/2

E) 1; y≥h/2

RESOLUCIÓN

Caso I



"La persona (solamente) cae por la acción de la gravedad", luego :

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}$$

Dividiendo ambos miembros por " Ep_B ".

$$\frac{Ep_A}{Ep_B} = \frac{E_{K_B}}{Ep_B} + \frac{Ep_B}{Ep_B}$$

$$\frac{\text{mgh}}{\text{mg}(h/2)} = \frac{E_{K_B}}{Ep_B} + 1$$

· Luego:



Rpta. (I)

Caso II

zamiento la energía cinética excede a la * na se ubica en y=h/2 las energías cinética y potencial son iguales.



to y aumenta, la Ep disminuirá; por lo que si se quiere la $E_{\rm M}$ se conserve, entonces la energía E_K debe aumentar.

Es decir :

$$E_K > Ep$$
 si $y > h/2$ Rpta. (II)

Clave: B

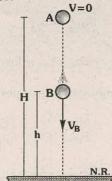
PROBLEMA 51

CEPRE UNI

Se suelta un objeto desde una altura m. Halle la altura "h" para el cual la energía mecánica es igual a "n" veces la energía cinética.

- A) H/n
- B) H/(n+1)
- C) nH/(n+1)
- D) (n-1)H/n
- E) (n-1)H/(n+1)

RESOLUCIÓN



Dato: en "B"

$$E_{M_B} = n E_{K_B}$$

$$E_{K_B} + Ep_B = n \ E_{K_B}$$

$$Ep_B = (n-1) E_{K_R}$$

$$E_{K_B} = \left(\frac{1}{n-1}\right) Ep_B$$
 ... (I)

Es tacil concluir entonces si el desplazamien- * Por conservación de la energía mecánica

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$Ep_A + E_{K_A}^0 = Ep_B + E_{K_B}$$

De (I):

$$mgH = mgh + \left(\frac{1}{n-1}\right)Ep_B$$

$$mgH = mgh + \frac{mgh}{n-1}$$

$$H = h \left(1 + \frac{1}{n-1} \right)$$

$$\therefore \quad \boxed{H = \left(\frac{n-1}{n}\right)H}$$

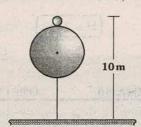
Rpta.

Clave: D

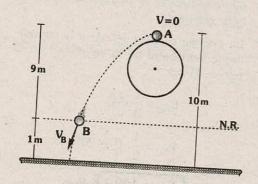
PROBLEMA 52

CEPRE UNI

Una billa de 0,1 kg se deja caer desae el punto más alto de la esfera lisa mostrada en la figura. ¿Qué rapidez tiene cuando le falte 1 m para llegar al piso? $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



- A) $3\sqrt{5}$ m/s B) $2\sqrt{5}$ m/s
- C) $6\sqrt{5}$ m/s D) $3\sqrt{10}$ m/s
- * E) 5√6 m/s



Nos piden hallar $V_B = ??$

La energía mecánica se conserva.

Tomando N.R. en "B".

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$Ep_A + E_{K_A}^0 = Ep_B + E_{K_B}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$10\times 9 = \frac{1}{2}\,mV_B^2$$

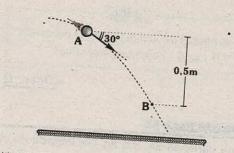
$$V_{\rm B} = 6\sqrt{5} \, \frac{\rm m}{\rm s}$$
 Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 53 (Sem. CEPRE UNI

Se lanza una piedra de 250 g, como se se muestra en la figura. Hallar la energía se cinética en el punto B, sabiendo que la velocidad en A es de 30 m/s.

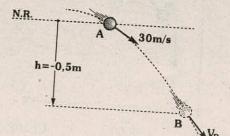
$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right)$$



- A) 111,25 j
- B) 104,25 j
- C) 112,5 j
- D) 113,75 j
- E) 125,2 j

RESOLUCIÓN

La energía mecánica se conserva porque sólo actúan fuerzas conservativas.



$$\frac{\text{Dato}}{\text{Dato}}: \quad m = 250 \text{ g} = \frac{1}{4} \text{ kg}$$

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} = E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}m\ V_A^2 = E_{K_B} + mgh$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 30^2 = E_{K_B} + \frac{1}{4} \times 10 \left(-0.5\right)$$

$$\therefore \left(E_{K_B} = 113,75 \text{ J} \right)$$



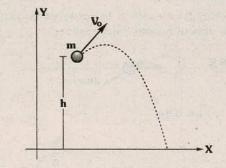
LE Nota

Las alturas debajo del nivel de referencia (N.R.) se les considera negativas.

Clave: D

PROBLEMA 54

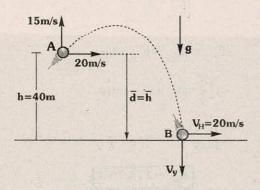
Una partícula de 0.5 kg, es lanzada en el campo gravitacional terrestre con una velocidad $V_o = \left(20\hat{i} + 15\hat{j}\right)$ m/s desde h = 40 m. Calcule su energía cinética debido a su rapidez horizontal justo antes del impacto con el suelo.



- A) 80 J
- B) 50 J
- C) 100 J

- D) 200 J
- E) 1000 J

RESOLUCIÓN



- * En el movimiento parabólico, la componente horizontal de la velocidad permanece constante.
- * La energía cinética debido a la componente horizontal de la velocidad en el punto "B" es :

$$E_{K_H} = \frac{1}{2} m V_H^2$$

$$E_{K_H} = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 20^2$$

 $\therefore \int E_{K_H} = 100 J$

ърга.

Clave: C

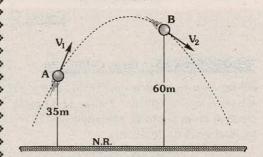
PROBLEMA 55 (Sem. CEPRE UNI

Un proyectil en movimiento parabólico pasa por dos puntos ubicados a alturas de 35 m y 60 m respecto de tierra. Si la rapidez en uno de los puntos difiere de la rapidez del otro punto en 10 m/s, halle éstas rapideces (en m/s). $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 10 y 20
- B) 20 y 30
- C) 30 y 40
- D) 15 y 25
- E) 12 y 24

RESOLUCIÓN

Por conservación de la energía mecánica





Cálculo de energía cinética en "B"

$$E_{K_{B}} = \frac{1}{2} m V_{B}^{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(24\sqrt{2}\right)^{2}$$

$$\boxed{\mathsf{E}_{\mathsf{K}_\mathsf{B}} = 1 \ 152 \ \mathsf{J}}$$

Rpta (I)

Cálculo de la altura "H"

Por conservación de la E_M.

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + E_{P_A}^0 = E_{K_B} + E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 = E_{K_B} + mgH$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 40^2 = 1.152 + 2 \times 10 \times H$$

Resolviendo:

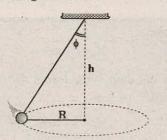


Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 57 (Sem. CEPRE UNI

La figura muestra un péndulo cónico de 41 kg de masa girando con velocidad angular constante. Siendo h=4 m, R=2 m, hallar la energía cinética.



A) 410 J D) 120 J B) 304 J

C) 205 J

E) 102.5 J

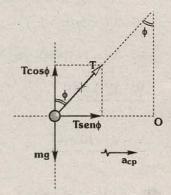
* RESOLUCIÓN

La esferita lleva una rapidez lineal (tangencial) constante, por tanto su energía
cinética también es constante.

Cálculo de la velocidad

Por teoría de dinámica circular.

D.C.L. de la esferita :



En la vertical :

$$\Sigma \overline{F}_v = \overline{0}$$

$$T\cos\phi=mq$$

... (I)

En la dirección radial :

$$\Sigma \overline{F}_{rad} = m \overline{a}_{cp}$$

$$T sen \phi = m \frac{V^2}{R} \qquad ... (II)$$

$$(II) \div (I)$$
:

$$tg \ \phi = \frac{V^2}{gR}$$

Pero : (en la figura original)

$$tg \phi = \frac{R}{h}$$

$$\frac{R}{h} = \frac{V^2}{gR}$$

Luego:

$$V^2 = \frac{gR^2}{h}$$

Finalmente:

La energía cinética será :

$$E_K = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2} \times m \times \frac{gR^2}{h}$$

$$E_{K} = \frac{1}{2} \times 41 \times 10 \times \frac{2^2}{4}$$

$$\therefore \boxed{E_{K} = 205 \text{ J}} \quad Rpta.$$

Clave: C

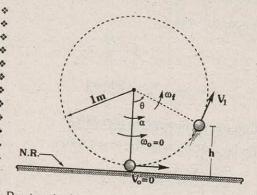
PROBLEMA 58 (Sem. CEPRE UNI

Se hace girar una piedra de 400 g en un plano vertical por medio de una cuerda de plano vertical por medio de una cuerda de plano vertical por medio de una cuerda de plano en de longitud, con una aceleración angular $\alpha = 2\pi \text{ rad/s}^2$. Si el cuerpo está inicialmente en reposo en posición vertical y muy cerca del piso, calcular su energía 0.5 s después de iniciar su movimiento. $\alpha = 0.5$

- A) 2,15 J
- B) 3,15 J
- C) 4,15 J
- D) 5,15 J
- E) 6,15 J

RESOLUCIÓN

Esbozando el gráfico del movimiento de la piedra.



Por teoría del movimiento circular :

$$\omega_f = \omega_o + \alpha t$$

$$\omega_f = 0 + 2\pi \times 0,5$$

$$\omega_f = \pi \operatorname{rad}/s$$

$$V_1 = \omega_f \times R$$

$$V_1 = \pi \! \times \! 1$$

$$V_1 = \pi m/s$$

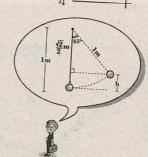
Cálculo de "h"

Evaluemos primeramente " θ ".

De:
$$\theta = \frac{0}{\omega_0 t} + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 2\pi \times (0,5)^2$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad } <> 45^{\circ}$$





Luego, "h" será :

$$h=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow$$
 h = 0,295 m

Cálculo de la energía mecánica

En la posición final (Si m = 0.4 kg)

$$E_{M} = E_{K} + E_{p}$$

$$E_{M} = \frac{1}{2}mV_{1}^{2} + m \times g \times h$$

$$E_{M} = \frac{1}{2} \times 0.4 \times \pi^{2} + 0.4 \times 10 \times 0.295$$

Operando:

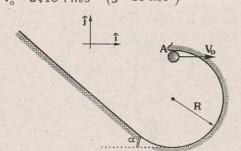
$$\therefore \left[E_{M} = 3,15 \text{ J} \right]$$

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 59 (Sem. CEPRE UNI

Una pequeña esfera de masa 1 kg, se dispara desde el punto A indicado en la figura; deslizándose sobre una superficie curvilínea lisa de 1 m de radio y luego sobre un plano inclinado también liso, recorriendo 8 m sobre dicho plano hasta detenerse. Hallar el ángulo α sabiendo que $V_o = 2\sqrt{10} \; \hat{i}$ m/s $\left(g = 10 \; \text{m/s}^2\right)$

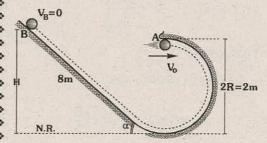


- A) 30 °
- B) 37°
- C) 53°

- D) 45°
- E) 60°

RESOLUCIÓN

El movimiento realizado por la esferita sería :



Por conservación de la energía mecánica

(Porque no hay fricción en todo el trayecto)

Tomando puntos A y B:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$\mathsf{Ep}_\mathsf{A} = \mathsf{E}_\mathsf{K_\mathsf{A}} = \mathsf{Ep}_\mathsf{B} + \mathsf{E}_\mathsf{K_\mathsf{B}}^0$$

$$mg(2R) + \frac{1}{2}mV_o^2 = mgH$$

$$10 \times 2 + \frac{1}{2} \times \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 10 \times H$$

En la figura :

$$sen \alpha = \frac{H}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Entonces:

٠

$$\therefore \quad \boxed{\alpha = 30^{\circ}}$$

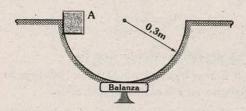
Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 60 (Sem. CEPRE UNI

El bloque A se suelta desde la posición que

se muestra sobre el hemisferio liso. Si la * Por teoría de dinámica en "B" balanza marca 100 N cuando el bloque pasa sobre ella. Hallar la energía cinética en ese instante. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

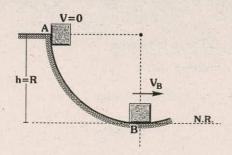


- A) 10 J
- B) 20 J
- C) 30 J
- D) 40 J
- E) 50 J

RESOLUCIÓN

Si no hay rozamiento, la energía mecánica se conserva.

Aplicando energía mecánica (Tramo AB)

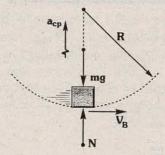


$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + Ep_A = E_{K_B} + Ep_B$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mV_B^2 + 0$$

$$V_B^2 = 2gR$$
 ... (I)



De:

$$\Sigma \overline{F}_{rad} = m \overline{a}_{cp}$$

$$N - mg = m \frac{V_B^2}{R}$$

De (I):

$$N - mg = \frac{m}{R} \times 2g R$$

$$\therefore$$
 N = 3 mg

... (II)

Luego:

La fuerza de reacción (N) es la que presiona la balanza.



Por dato: N=100

Luego: 100=3 mg

$$100 = 3 \times m \times 10$$

$$m = 10/3$$

Finalmente:

La energía cinética en "B" será :

$$E_{K_B} = \frac{1}{2} mV_B^2 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 2 \times 10 \times 0,3$$

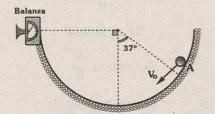
$$\therefore \boxed{E_{K_B} = 10 \text{ J}} \quad Rpta.$$

Clave: A



PROBLEMA 61 (Sem. CEPRE UNI

Un objeto de 0,1 kg es lanzado desde A con una rapidez $V_o = \sqrt{57}$ m/s sobre una pista semicircular lisa de radio 2 m, como muestra la figura. Si en la parte mas alta de la pista (casi en el borde) se encuentra una balanza, halle la lectura (en N) de la balanza. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



A) 1,21

B) 1,22

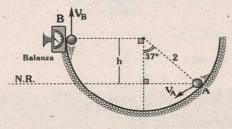
C) 1,23

D) 1,24 E) 1,25

RESOLUCIÓN

Para calcular la fuerza con que presiona el objeto a la balanza, debemos conocer la velocidad con que pasa por dicho punto.

Por conservación de la energía mecánica



*
$$h = 2 \cos 37^\circ = 2 \times \frac{4}{5}$$

$$h = 1,6 \text{ m}$$

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + \overrightarrow{Ep}_A = E_{K_B} + Ep_B$$

$$\frac{1}{2}$$
m $V_A^2 = \frac{1}{2}$ m $V_B^2 +$ mgh

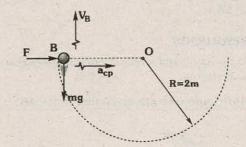
$$\frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\sqrt{57}\right)^{2} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times V_{B}^{2} + 0.1 \times 10 \times 1.6$$

$$V_{B} = 5 \text{ m/s}$$

Por dinámica circular (en B)

La fuerza con que presione la esfera a la balanza será la lectura registrada.

Por la 3ra Ley de Newton, la fuerza de la esfera a la balanza es la misma de la balanza a la esfera.



Del D.C.L. a la esferita :

Dirección radial:

$$\Sigma \overline{F}_{rad.} = m \overline{a}_{cp}$$

$$F = m \frac{V_B^2}{R}$$

$$F = 0.1 \times \frac{5^2}{2}$$

 \therefore **F**=**1**,**25N**) Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 62 (Sem. CEPRE UNI

Una niña se deja caer desde la parte superior de un semicilindro liso. Determinar el

ángulo " θ " en el instante en que la niña abandona la superficie.

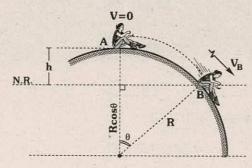


- A) $\cos^{-1}(3/4)$
- B) cos-1 (1/3)
- C) $\cos^{-1}(2/3)$
- D) sen-1 (1/3)
- E) $sen^{-1}(2/3)$

RESOLUCIÓN

Por energía mecánica (Tramo AB)

No hay fricción, por tanto la energía mecánica se conserva.



* Tomando nivel de referencia que pase por B.

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + Ep_A = E_{K_B} + Ep_B$$

$$0 + Ep_A = E_{K_B} + 0$$

$$mgh = \frac{1}{2}mV_B^2$$

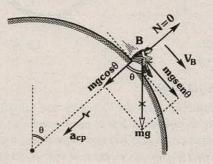
Pero: $h = R - R \cos \theta = R(1 - \cos \theta)$

Luego:

$$V_B^2 = \underline{2gR(1 - \cos \theta)} \qquad \dots (I)$$

En el punto "B" la persona empieza a desprenderse, entonces :

Aplicando dinámica circular: (Punto B)



$$\Sigma \overline{F}_{rad} = m \overline{a}_{cp}$$

$$mg \cos \theta = \frac{mV_B^2}{R}$$

$$V_{\rm B}^2 = g \ {\rm R} \cos \theta \qquad \dots (I)$$

Igualando (I) = (II):

$$2gR - 2gR\cos\theta = gR\cos\theta$$

$$\cos \theta = 2/3$$

$$\theta = \cos^{-1} = (2/3)$$

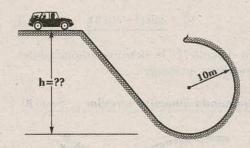
Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 63 (Sem. CEPRE UNI

En la montaña Rusa de la figura, hallar el
mínimo valor de h (en m) que garantiza que
el coche permanezca siempre en contacto
con el carril circular liso.



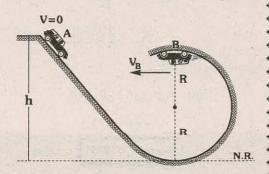


- A) 20
- B) 15
- D) 17 E) 25

El mínimo valor de "h" para que el coche logre desplazarse por el carril, será cuando el punto más alto del rizo logre pasar por la energía que lleva debido a su velocidad pero sin hacer contacto.

Por conservación de la energía mecánica.

No hay fricción, entonces en el tramo AB.



$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$Ep_A + E_{K_A}^0 = Ep_B + E_{K_B}$$

$$Ep_A = Ep_B + E_{K_B}$$

$$mgh = mg(2R) + \frac{1}{2}mV_B^2$$

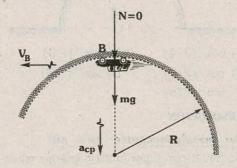
 $V_B^2 = 2g(h - 2R)$... (I)

Por dinámica circular

En el punto "B".

*

C) 30



$$\Sigma \overline{F}_{rad} = m \overline{a}_{cp}$$

$$mg = m \frac{V_B^2}{R}$$

$$\frac{V_B^2 = gR}{} \qquad \dots (II)$$

Igualando (I) y (II):

$$2gh - 4gR = gR$$

$$h = \frac{5}{2}R = \frac{5}{2} \times 10$$

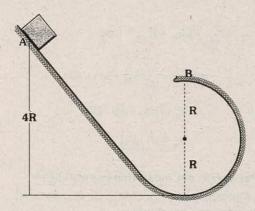
 $\therefore \boxed{h = 25 \text{ m}}$

Clave: E

Rpta.

PROBLEMA 64 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque pequeño de peso P se desliza por
la vía mostrada en la figura, (sin rozamiento). Si el bloque parte del reposo en A, encuentre la magnitud de la fuerza que ejerce la vía sobre el bloque en el punto B.



A) 0

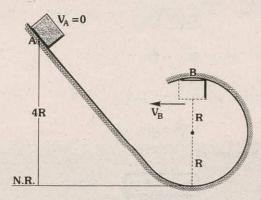
- B) P
- C) 1,5 P
- D) 2P

E) 3P

RESOLUCIÓN

Para calcular la fuerza de la vía sobre el bloque en "B" debemos conocer la velocidad que lleva en ese punto.

Por conservación de la energía mecánica.



De:

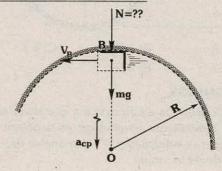
$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A}^{0}$$
 + E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}

$$\begin{split} mg\left(4R\right) &= \frac{1}{2} m V_B^2 + m\left(2\dot{R}\right) \\ &V_B^2 &= 4 \text{ gR} \end{split} \qquad ... \ (I) \end{split}$$

Cálculo de la fuerza de la vía sobre el bloque

Por dinámica circular (en B) :



$$\Sigma F_{\text{rad.}} = \text{ma}_{\text{cp}}$$

$$N + mg = m \frac{V_B^2}{R}$$

De (I):
$$N + mg = \frac{m(4 gR)}{R}$$

$$N = 3 \text{ mg}$$

$$\therefore N = 3P$$

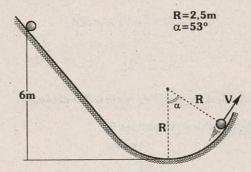
Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 65 (Sem. CEPRE UNI

Una masita de 2 kg, se deja caer a través del camino mostrado. Hallar la altura máxima (en m) que , respecto del piso, alcanzará después de abandonar la rampa. $(g=10 \text{ m/s}^2)$





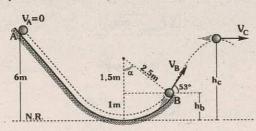
- A) 2,2 D) 5,2
- B) 3,2

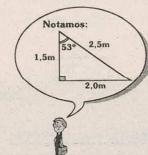
C) 4,2

E) 6,0

RESOLUCIÓN

Para calcular la altura máxima que alcance (en movimiento parabólico) es necesario conocer la velocidad "V" con que se desprende de la rampa.





Conservación de la energía mecánica

* Trayecto AB

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A}^{0} + E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}$$

$$mg \times 6 = \frac{1}{2} mV_B^2 + m \times g \times 1$$

$$V_B^2 = 10g = 10 \times 10$$

$$V_B = 10 \text{ m/s}$$

Por teoría del movimiento parabólico

La componente horizontal de la velocidad se mantiene constante.

Podemos concluir:

$$V_C = V_B \cos 53^\circ = 10 \times \frac{3}{5}$$

$$V_C = 6 \text{ m/s}$$

* Cálculo de "h_c"

Conservación de la energía mecánica (Trayecto ABC)

$$E_{M_A} = E_{M_C}$$

$$Ep_A + E_{K_A} = Ep_C + E_{K_C}$$

$$mg \times 6 = mg \times h_c + \frac{1}{2}m \times 6^2$$
$$60 = 10h_c + 18$$

00 = 1

Resolviendo:

$$h_c = 4.2 \text{ m}$$

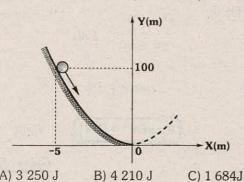
Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 66

Una esferita (m=5 kg) parte de la posición mostrada con rapidez de 2 m/s, deslizándo-

se sin fricción sobre la superficie parabólica. ¿Cuál es su energía cinética cuando se encuentra en x = -2m? (g = 10 m/s²)



- A) 3 250 J
- B) 4 210 J
- D) 2 105 J E) 8 420 J

RESOLUCIÓN

La trayectoria parabólica, tiene por ecuación:

$$y = kx^2$$

De los datos : $100 = k \times (-5)^2$

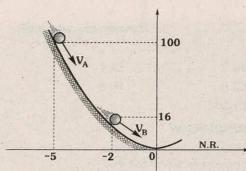
$$k=4$$

Para x = -2; "y" será: $y = 4(-2)^2$

y = 16 m

Por conservación de E_M

(No hay rozamiento)



$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + Ep_A = E_{K_B} + Ep_B$$

$$\frac{1}{2}$$
mV_A² + mgh_A = $\frac{1}{2}$ mV_B² + mgh_B

$$\frac{1}{2} \times 2^2 + 10 \times 100 = \frac{1}{2} \times V_B^2 + 10 \times 16$$

$$V_{B}^{2} = 1 684$$

La energía cinética en "B" es :

$$E_{K_B} = \frac{1}{2} \times mV_B^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 1684$$

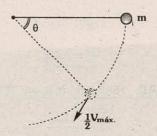
$$\therefore \quad \boxed{E_{K_B} = 4 \ 210 \ J}$$

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 67 (Sem. CEPRE UNI

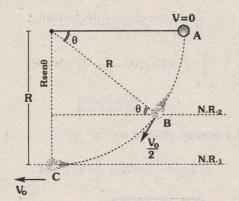
La figura muestra el instante en que se suelta la esferita de masa "m". Despreciando todo tipo de rozamiento, determine el ángulo que forma el hilo con la horizontal cuando la esferita alcanza la mitad de su rapidez máxima.



- A) $sen^{-1}(1/8)$
- B) $sen^{-1}(1/3)$
- C) $sen^{-1}(1/2)$ E) $sen^{-1}(3/4)$
- D) sen-1 (1/4)



La esferita alcanzará su rapidez máxima cuando pase por el punto más bajo de su . trayectoria.



* No hay fuerzas externas que realizen trabajo.

Por tanto:

$$E_{M_o} = E_{M_f}$$

Tramo AC (Tomando N.R, en "C")

$$E_{M_A} = E_{M_C}$$

$$0 \qquad 0$$

$$Ep_A + E_{K_A} = Ep_C + E_{K_C}$$

$$mgR = \frac{1}{2}mV_o^2$$

$$V_o^2 = 2gR \qquad \dots (I)$$

Tramo AB (Tomando N.R. en "B")

$$\begin{bmatrix} E_{M_A} = E_{M_B} \end{bmatrix}$$

$$E_{K_A}^0 + E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}^0$$

$$mgRsen\theta = \frac{1}{2} m \left(\frac{V_o}{2} \right)^2$$

gR sen
$$\theta = \frac{V_o^2}{8}$$

De (I):

$$gR sen \theta = \frac{2 gR}{8}$$

$$sen \theta = 1/4$$

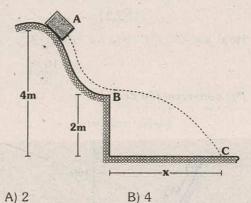
$$\theta = \operatorname{sen}^{-1} = (1/4)$$

Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 68 (Sem. CEPRE UNI

La figura muestra un pequeño bloque que se deja libre en el punto A, deslizándose sobre la superficie lisa el cual abandona en el punto "B" llegando a tierra en el punto "C". Determine la distancia x (en m).

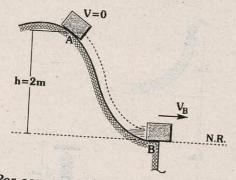


- A) 2
- . C) 6
- ◆ E) 10

* RESOLUCIÓN

Para calcular la distancia "x" es necesario conocer la velocidad en "B"

D) 8



Por conservación de E_M.

(No hay rozamiento)

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$\operatorname{Ep}_{A} + \operatorname{E}_{K_{A}}^{0} = \operatorname{Ep}_{B} + \operatorname{E}_{K_{B}}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$10\times 2=\frac{1}{2}\,V_B^2$$

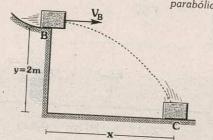
$$V_B = \sqrt{40} \text{ m/s}$$

Por la teoría de cinemática

Cálculo de la distancia "x":

Tomando el tramo BC.

(Movimiento parabólico)



En la vertical (MVCL) :

De:
$$y = y_0^0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$2 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$\underline{t = \sqrt{0, 4} \text{ s}}$$

En la horizontal (M.R.U):

De:
$$x = V_H \times t$$

$$x = V_{R} \times t$$

$$x = \sqrt{40} \times \sqrt{0.4}$$

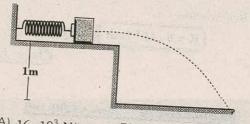
$$\therefore \boxed{\mathbf{x} = 4 \text{ m}}$$

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 69 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de 2 kg esta comprimiendo el resorte de constante K una longitud de 2 cm. Cuando el bloque se suelta, se desliza sobre la superficie horizontal lisa y efectúa un movimiento parabólico, llegando al piso con rapidez $V=6\ m/s$. Halle la constante del resorte. $\left(g=10\ m/s^2\right)$



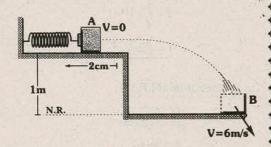
- A) 16×10³ N/m
- B) 8×10³ N/m
- C) 4×103 N/m
- D) 16×10⁴ N/m
- E) 8×104 N/m

RESOLUCIÓN

Por conservación de la E_M.

Sólo hay fuerzas conservativas durante el fenómeno físico a estudiar.





$$\boxed{E_{M_A} = E_{M_B}}$$

$$Ep_A + E_{K_A} = Ep_B + E_{K_B}$$

$$Ep_{g_A} + Ep_{e_A} = E_{K_B}$$

$$mgh + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}mV^2$$

$$2 \times 10 \times 1 + \frac{1}{2} \text{K} \cdot (2 \times 10^{-2}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 6^{2}$$

Resolviendo:

 $K = 8 \times 10^4 \text{ N/m}$

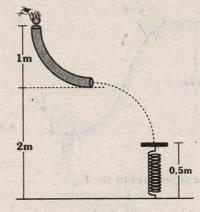
Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 70 (Sem. CEPRE UNI

Un billa de 0,5 kg se desplaza por una canaleta, donde no existe fricción. La billa sale de la canaleta como se muestra en la figura, para luego caer sobre un resorte de constante K.

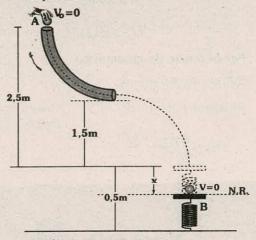
¿Cuál es el valor de K, si el resorte de \diamond 0,5 m de longitud, se comprime 20 cm? \diamond $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



- A) 675 N/m
- B) 526 N/m
- C) 656 N/m
- D) 625 N/m
- E) 562 N/m

RESOLUCIÓN

Esbocemos el gráfico del movimiento realizado por la bolita.



* Dato: x=20 cm = 0.2 m

Conservación de la E_M

(No hay fricción)

$$\boxed{\mathsf{E}_{\mathsf{M}_\mathsf{A}} = \mathsf{E}_{\mathsf{M}_\mathsf{B}}}$$

$$Ep_{A} + E_{K_{A}} = Ep_{B} + E_{K_{B}}$$

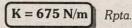
$$Ep_{e_{A}} + Ep_{g_{A}} = Ep_{e_{B}} + Ep_{g_{B}}$$

$$mg h_{A} = \frac{1}{2}Kx^{2}$$

$$mg \times (2,5 + x) = \frac{1}{2}Kx^{2}$$

$$0,5 \times 10(2,5 + 0,2) = \frac{1}{2}K(0,2)^{2}$$

Resolviendo:



Clave: A

PROBLEMA 71

Una caja de masa "m" está fija al techo mediante un resorte de constante K y longitud natural L. Al principio el resorte se comprime hasta tener una longitud L/2. Si se suelta la caja. ¿A qué distancia abajo del techo llegará por primera vez al reposo?



A)
$$\frac{2K}{mg} + \frac{L}{2}$$

B)
$$\frac{2mg}{K} + \frac{3L}{2}$$

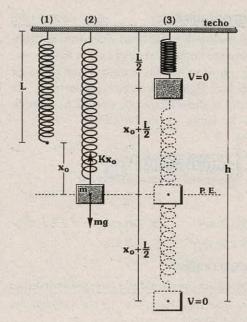
C)
$$\frac{2mg}{K} + \frac{L}{2}$$
 D) $\frac{mg}{K} + L$

D)
$$\frac{mg}{K} + L$$

E)
$$\frac{2 \text{ mg}}{\text{K}} - \frac{\text{L}}{2}$$

RESOLUCIÓN

* Esquema del fenómeno físico según el enunciado.



En la posición de equilibrio:

$$\begin{array}{ccc} \Sigma F = 0 & \Longrightarrow & Kx_o = mg \\ \\ & \Longrightarrow & x_o = \frac{mg}{K} \ : \ \mbox{deformación inicial} \end{array}$$

 Ahora, al comprimir el resorte hasta L/2, le estamos dando al bloque una amplitud de xo + L/2, al abandonarlo este oscilará con dicha amplitud. Luego, la distancia abajo del techo cuando llega por primera vez al reposo será:

$$h = \frac{L}{2} + 2\left(x_o + \frac{L}{2}\right) = \frac{3}{2}L + 2x_o$$

Reemplazando el valor de "x,"

$$h = \frac{3}{2}L + 2\left(\frac{mg}{K}\right)$$

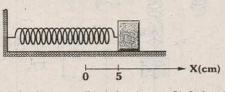
$$h = \frac{2 mg}{K} + \frac{3L}{2}$$
Rpta.
Clave: B



PROBLEMA 72

(Sem. CEPRE UNI)

Un resorte (K=400 N/m) dispuesto horizontalmente como se muestra en la figura, tiene en uno de sus extremos una masa de 0,5 kg. Calcule la velocidad (en m/s) de dicha masa al pasar por x=0,02 m cuando se le suelta desde x=0,05 m.



A) 3,3 m/s

B) 4,6 m/s

C) 2,6 m/s

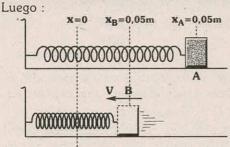
D) 2,3 m/s

E) 1,3 m/s

RESOLUCIÓN

Por conservación de la energía mecánica

No hay rozamiento o fuerza externa no conservativa.



$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}$$

$$E_{P_{e_A}} = E_{K_B} + E_{P_{e_B}}$$

$$\frac{1}{2}Kx_A^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx_B^2$$

$$\frac{K}{m}(x_A^2 - x_B^2) = V^2$$

$$V^2 = \frac{400}{0.5} \Big((0.05)^2 - (0.02)^2 \Big)$$

$$V^2 = 1,68$$

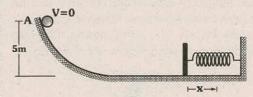
$$V \approx 1.3 \text{ m/s}$$

Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 73 (Sem. CEPRE UNI

Un objeto de 3 kg en reposo se deja libre a una altura de 5 m sobre una rampa curva y sin rozamiento. Al pie de la rampa existe un resorte de constante K=400 N/m. El objeto se desliza por la rampa y llega a chocar contra el resorte comprimiéndolo una longitud x antes de que quede momentáneamente en reposo. Determine el valor de x, $(g=10 \text{ m/s}^2)$



A) 0,86 m

B) 0,68 m

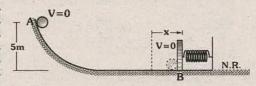
C) 0,95 m

D) 0,18 m

E) 0,215 m

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :



Conservación de la energía mecánica

Tomando puntos A y B como inicial y final.

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A}^{0}$$
 + E_{P_A} = $E_{K_B}^{0}$ + E_{P_B}

$$Ep_A = Ep_B$$

$$mgh = \frac{1}{2}Kx^2$$

Reemplazando valores:

$$3 \times 10 \times 5 = \frac{1}{2} \times 400 \times x^2$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,86$$

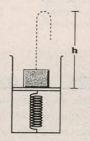
$$x = 0.86 \text{ m}$$

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 74 (Sem. CEPRE UN

Al colocar un bloque de 1 kg soore un resorte, se observa que se comprime 10 cm. Si sobre este resorte se coloca un cuerpo de 0,5 kg y se le presiona hasta que el resorte se comprima 15 cm y luego se le suelta. ¿Hasta que altura h como máximo subirá el cuerpo? $(g=10 \text{ m/s}^2)$

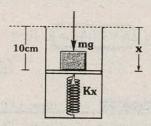


- A) 32,5 cm
- B) 22,5 cm
- C) 18.2 cm
- D) 2,25 cm
- E) 1.82 cm

RESOLUCIÓN

Caso I

Colocando el bloque de 1 kg.



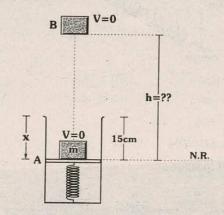
Del D.C.L. al bloque en equilibrio.

$$mg = Kx$$

$$1 \times 10 = K \times 0.1$$

Caso II

Colocando el bloque de 0,5 kg pero deformando 15 cm.



Por conservación de la energía mecánica

(Sólo hay fuerzas no conservativas)

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$Ep_A + E_{K_A} = E_{K_B} + Ep_B$$



$$\frac{1}{2}$$
Kx² = mgh

$$\frac{1}{2} \times 100 \times (0.15)^2 = 0.5 \times 10 \times h$$

 $\therefore \quad h = 22,5 \text{ cm}$

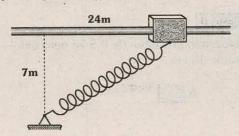
Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 75

(Sem. CEPRE UNI)

La figura muestra un carril de 99 kg que se puede deslizar sin fricción sobre la varilla horizontal. Si el carril se une a un resorte de constante K=4N/m y longitud natural 5 m, hallar la máxima velocidad que adquiere si parte del reposo.

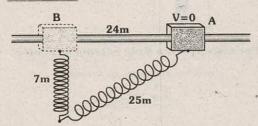


- A) 3 m/s
- B) 4 m/s
- C) 5 m/s
- D) 6 m/s

E) 8 m/s

RESOLUCIÓN

En el gráfico :



* Longitud natural del resorte : 5 m.

- * Cuando el carril está en "A" el resorte está deformado 20 m.
- * Cuando el resorte está en "B", esta deformado 2 m.

Notamos además:

- * La energía potencial gravitatoria no cambia.
- * La energía mecánica del sistema es :

$$E_{M} = E_{K} + Ep_{e}$$

Si disminuye la Ep_e, aumenta la energía
 cinética o la velocidad. Diremos entonces
 en "B" adquiere su máxima velocidad.

Luego:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{K_A} + Ep_{e_A} = E_{K_B} + Ep_{e_B}$$

$$\frac{1}{2}K \cdot x_A^2 = \frac{1}{2}mV_{máx.}^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_B^2$$

$$4 \times 20^2 = 99V_{max}^2 + 4 \times 2^2$$

$$\therefore \boxed{V_{máx.} = 4 \text{ m/s}}$$

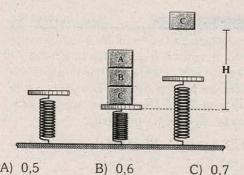
Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 76 (Sem. CEPRE UNI

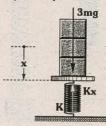
Sobre un resorte de constante $K=900\ N/m$ se colocan 3 bloques iguales ($m=10\ kg$). Si instantáneamente se retiran los bloques A y B. Determínese la altura (en m) que alcanza el bloque C.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



- A) 0,5 D) 0,8
- B) 0,6
- E) 0,9

Cuando los tres bloques son colocados sobre el resorte y en equilibrio.

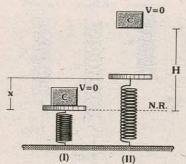


Del D.C.L. a los tres bloques :

$$3 mg = Kx$$

$$3 \times 10 \times 10 = 900 \text{ x}$$
$$\underline{x = \frac{1}{3} \text{m}}$$

Si se retiran los bloques A y B.



En las situaciones I y II, la energía mecánica se conserva.

$$E_{M_{I}} = E_{M_{II}}$$

$$Ep_{I} + E_{K_{I}} = Ep_{II} + E_{K_{II}}$$

$$Ep_{e_{I}} = Ep_{g_{H}}$$

$$\frac{1}{2}Kx^{2} = mg H$$

 $\frac{1}{2} \times 900 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 10 \times 10 \times H$

Resolviendo:

 $H = 0.5 \, m$

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 77 (Sem. CEPRE UNI

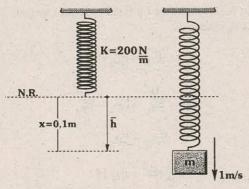
Un resorte de constante elástica K=200 N/m se sostiene verticalmente del techo, en su extremo inferior se sujeta un bloque de masa m=2 kg y se suelta, alcanzando 1 m/s al descender 0,1 m. Tomando como referencia horizontal el extremo inferior inicial del resorte. Halle el cambio de las energías : cinética, potencial, gravitatoria y potencial elástica respectivamente.

- A) 2J, 1J, 2J
- B) 1J, 2J, 1J
- C) 1J, -2J, 1J
- D) 2J, -2J, 1J
- E) 1J, 1J, -2J

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :





Cálculo de AEK

Inicio:

$$E_{K_0} = 0$$
 ... $(V_0 = 0)$

Final:

$$E_{K_f} = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2$$

$$E_{K_f} = 1J$$

$$\therefore \quad \Delta E_{K} = 1J$$

Rpta. (I)

Cálculo de Epa

Inicio:

$$Ep_{q_0} = 0$$
 ... $(h=0)$

Final:

$$Ep_{g_f} = mgh = 2 \times 10 \times (-0,1)$$

$$Ep_{g_f} = -2J$$

$$\Delta Ep_{q} = -2J$$

Rpta (II)

Cálculo de Epe

Inicio:

$$Ep_{e_0} = 0$$
 ... $(x=0)$

Final:

$$Ep_{e_f} = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (0,1)^2$$

 $Ep_{e_f} = 1J$

 $\Delta E_{p_e} = 1J$

Rpta. (III)

Clave: C

PROBLEMA 78

(Sem. CEPRE UNI)

Un resorte de 0,4 m de longitud se estira 0.05 m cuando se le cuelga una masa de 2 kg. Si este resorte se divide en dos mitades y a una de éstas se le somete a una fuerza de 10 N; Determinar, aproximadamente, su energía potencial.

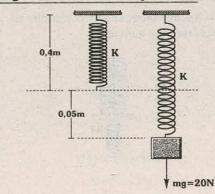
A) 72,5 mJ B) 68 mJ

C) 62,5 mJ

D) 52,5 mJ E) 24,5 mJ

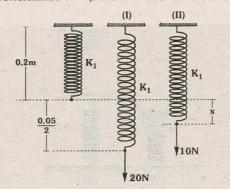
RESOLUCIÓN

Según la condición del problema



Cuando aplicamos 20 N (a todo el resorte) éste se estira 0,05 m, significa entonces que cada mitad del resorte se deforma:

Concluímos: (Para la mitad del resorte)



De: F=Kx

Caso I

$$20 = K_1 \cdot \frac{0.05}{2}$$

$$K_1 = 800 \text{ N/m}$$

Caso II

$$10 = K_1 x$$

$$10 = 800 \times$$

$$x = 0.0125 \text{ m}$$

Cálculo de la energía potencial: Caso II

$$\mathsf{Ep}_{\mathsf{e}} = \frac{1}{2} \mathsf{K}_1 \mathsf{x}^2$$

$$Ep_e = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (0.0125)^2$$

$$Ep_e = 0,0625 J$$

$$\therefore \boxed{\text{Ep}_e = 62,5 \text{ mJ}}$$

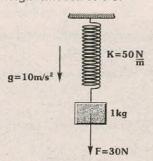
Rpta.

Clave: C

4

PROBLEMA 79 Sem. CEPRE UNI

Al bloque de la figura se le jala lentamente hasta que la fuerza aplicada es de 30 N, y se le suelta. Hallar la posición respecto del punto de inicio del movimiento, en la que la energía cinética es 5 J.



- A) 3/5 m
- B) 2/5 m
- C) 1/5 m

- D) 4/5 m
- E) 1/10 m

RESOLUCIÓN

* El bloque de 1 kg pesa :

$$(mg = 1 \times 10 = 10N)$$

adicionalmente se le jala hacia abajo con una fuerza de 30 N; el resorte se deformó una longitud x_1 .

" x₁" se calcula de :

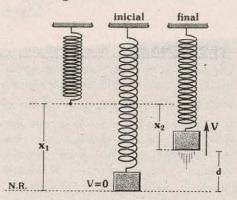
$$(F_{elástica} = F_T = 30 + 10)$$

$$F_T = Kx_1$$

$$10 + 30 = 50x$$

$$\therefore \quad x_1 = 4/5 \text{ m}$$

- * Cuando se libera el bloque, la fuerza elástica levanta al bloque.
- * Se puede decir que el bloque oscilará respecto de una posición de equilibrio y en un instante su energía cinética es 5 J. Nos piden calcular la distancia que avanzó (desde el inicio) hasta alcanzar esta energía.
- * No hay fuerzas no conservativas, por tanto la energía mecánica se conserva.





Por conservación de E_M

$$E_{M_0} = E_{M_f}$$

$$E_{K_o}^0 + Ep_o = E_{K_f} + Ep_f$$

$$\mathrm{Ep}_{e_o} = \mathrm{E}_{\mathrm{K}_{\mathrm{f}}} + \mathrm{Ep}_{e_{\mathrm{f}}} + \mathrm{Ep}_{\mathrm{g}_{\mathrm{f}}}$$

$$\frac{1}{2}Kx_1^2 = E_{K_f} + \frac{1}{2}Kx_2^2 + mg \ d$$

$$\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 5 + \frac{1}{2} \times 50 \cdot x_2^2 + 1 \times 10 \times \left(\frac{4}{5} - x_2\right)$$

$$0 = 25 \ x_2^2 - 10x_2 - 3$$

$$5x_2 \longrightarrow -3$$

$$5x_2 \longrightarrow 1$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{3}{5}$$

Finalmente:

$$d=x_1-x_2$$

$$\therefore \left[d = \frac{1}{5} m \right]$$

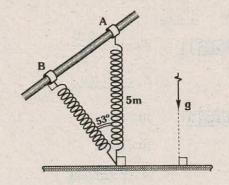
Rpta

Clave: C

PROBLEMA 80

Sem. CEPRE UNI

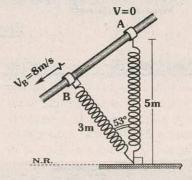
Un anillo de m=3 kg sujeto al extremo de un resorte de K=1 000 N/m y longitud natural $L_o=4$ m puede deslizar sin fricción a lo largo de una barra, como se muestra. Si al soltar el anillo en A, alcanza una rapidez de 8 m/s al pasar por B, halle : la energías cinética y potenciales en A y B respectivamente (en joule), respecto del suelo.



- A) 0, 150, 150; 96, 54, 500
- B) 0, 150, 500; 96, 54, 500
 - C) 0, 250, 500; 96, 54, 250
- D) 0, 250, 500; 96, 54, 600
- E) 0,0,150;96,54,0

RESOLUCIÓN

En el gráfico y tomando como nivel de refe rencia la superficie :



- * Si la longitud natural del resorte es $L_o = 4m$, entonces :
- En "A" el resorte está estirado :

$$x_A = 1 \text{ m}$$

- En "B" el resorte está comprimido:

$$x_B = 1 \text{ m}$$

Cálculo de energías

* Punto "A"

$$E_{K_A} = \frac{1}{2} m V_A^2 = 0$$

$$Ep_{g_A} = mgh = 3 \times 10 \times 5 = 150$$

$$Ep_{e_A} = \frac{1}{2}Kx = \frac{1}{2} \times 1000 \times 1^2 = 500$$

* Punto "B"

$$E_{K_B} = \frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 8^2 = 096$$

$$Ep_{e_B} = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 1^2 = 500$$

Por conservación de la $E_{\rm M}$.

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$0 + 150 + 300 = 96 + 500 + Ep_a$$

$$\therefore$$
 Ep_g = 54

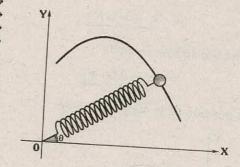
Finalmente ; las energías cinética y potencial serán :

Clave: B

PROBLEMA 81 (Sem. CEPRE UNI

Un cuerpo de masa m=1 kg atado a un resorte de longitud 0,1 m y constante elástica K=25 N/m, se mueve sobre un plano horizontal según la trayectoria mostrada. Si la magnitud de su vector posición en función de " θ "; r=0,1 $(1-sen\theta)m$ para $10^{\circ} \le \theta \le 70^{\circ}$; determine la posición de la

masa "m" cuando su energía potencial sea 45 mJ.



- A) 30°
- B) 37°
- C)53°

- D) 45°
- E) 60°

RESOLUCIÓN

- Según la condición del problema el bloque se mueve en el plano horizontal, por tanto no cambia su energía potencial gravitatoria.
- La posición de la partícula (atada al resorte), depende de :

$$r = 0.1 \ (1 - sen \ \theta)$$

si : $\theta = 10^{\circ}$

$$\Rightarrow$$
 $r \approx 0.1(1-0.17) \approx 0.083 \text{ m}$

si: $\theta = 60^{\circ}$

$$\Rightarrow$$
 r $\approx 0.1(1-0.86) \approx 0.014 \text{ m}$

Podemos concluir :

En todo momento r < L_o; donde "L_o" es
 la longitud natural del resorte.

Por tanto el resorte está comprimido.

Cuando la energía del resorte es 45 mJ

$$45 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \, \text{Kx}_o^2$$



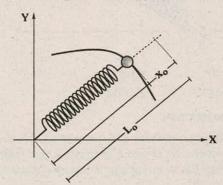
$$45 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 25 \times x_o^2$$

$$\Rightarrow x_o = 0.06 \text{ m}$$

El resorte está comprimido :

$$x_0 = 0.06 \text{ m}$$

La posición de la masa "m" será :



$$r = 0.1(1 - sen \theta)$$

$$L_o - x_o = 0.1(1 - \sin \theta)$$

$$0,1-0,06=0,1(1-\sin\theta)$$

$$sen \theta = 0.6 = \frac{3}{5}$$

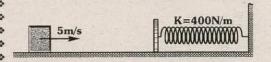
∴ (θ = 37°)

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 82 (Sem. CEPRE UNI

En la figura el bloque de 1 kg se mueve sobre una superficie lisa y choca contra el resorte de constante K=400 N/m. ¿Qué longitud (en m) se ha comprimido el resorte cuando la rapidez del bloque es la mitad de la que llevaba al inicio?



A) 0,22

B) 0,40

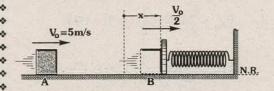
C) 0,25

D) 0,30

E) 0,15

RESOLUCIÓN

Graficando las situaciones inicial y final,
según la condición del problema.



Por conservación de la energía mecánica.

Puntos A y B.

$$\begin{split} E_{M_A} &= E_{M_B} \\ E_{K_A} + E_{P_A} &= E_{K_B} + E_{P_B} \\ E_{K_A} &= E_{K_B} + E_{P_{e_B}} \\ \frac{1}{2} m V_o^2 &= \frac{1}{2} m \left(\frac{V_o}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} K x^2 \\ \frac{3}{4} (m V_o^2) &= K x^2 \\ \frac{3}{4} \times 1 \times 5^2 &= 400 \text{ x}^2 \\ x &= \frac{5\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{1,73}{8} \end{split}$$

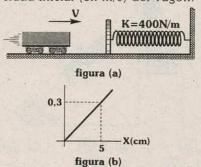
 $x \approx 0,22 \text{ m}$

Clave: A

Rpta.

PROBLEMA 83 (Sem. CEPRE UNI

Un vagón de 6 000 kg rueda a lo largo de rieles con una fricción insignificante y es frenado por medio de un resorte como se muestra en la figura (a). La fuerza que actúa sobre el resorte se ilustra en la figura (b). Si el vagón se detiene al comprimirse el resorte 50 cm, encuentre la velocidad inicial (en m/s) del vagón.

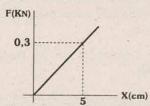


- A) 0,4
- B) 0,5
- C) 0,6

- D) 0,7
- E) 0,8

RESOLUCIÓN

De la gráfica "F-x" del resorte, determinamos la rigidez (K) del resorte.



La ecuación de la recta es :

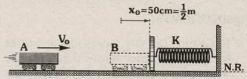
$$F = Kx$$

$$0.3 \text{ kN} = K \cdot 5 \text{ cm}$$

$$K = \frac{0.3}{5} \frac{\text{kN}}{\text{cm}} \times \frac{10^3 \text{N}}{10^{-2} \text{m}}$$

$$\therefore K=6\times10^3 N/m$$

Graficamos la condición inicial y final del movimiento del vagón.



Por conservación de la energía mecánica.

En la horizontal podemos decir, que la energía cinética en "A" se transforma en energía
almacenada en el resorte.

Luego:
$$\boxed{E_{K_A} = Ep_{e_B}}$$

$$\frac{1}{2}mV_o^2 = \frac{1}{2}Kx^2$$

$$V_o = x\sqrt{K/m}$$

$$V_o = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{6 \times 10^3}{6\ 000}}$$

$$\therefore \boxed{V_o = 0.5\ m/s}$$
 Rpta.
$$\underline{Clave: B}$$

PROBLEMA 84 (Sem. CEPRE UNI

Las dos masas de la figura se sueltan desde las posiciones mostradas. Las cuerdas que las une y las poleas son ideales. Determine la rapidez de las masas cuando estén separadas nuevamente $d\!=\!0.6$ m.



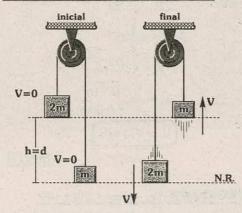


- A) 1 m/s
- B) 2 m/s
- C) 3 m/s

- D) 4 m/s
- E) 5 m/s

- * Tomando las dos masas como partes del sistema y considerando que no hay rozamiento, diremos que la energía mecánica sobre éste sistema se conserva.
- La energía mecánica será la suma de energías mecánicas de cada bloque.

Graficando la condición inicial y final :



Por conservación de E_M

$$E_{M_o} = E_{M_f}$$

$$E_{K_o} + Ep_o = E_{K_f} + Ep_f$$

$$0+\left(2m\right)gh=\frac{1}{2}mV^2+\frac{1}{2}\times 2m\times V^2+mgh$$

 $simplificando: g \times h = \frac{3}{2} \times V^2$

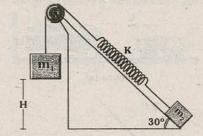
$$10\times0, 6 = \frac{3}{2}\times V^2$$

 $(V = 2 \text{ m/s}^2) \text{ Rpta.}$

Clave: B

PROBLEMA 85 (Sem. CEPRE UNI

La figura muestra el momento inicial en el que se sueltan m_1 y m_2 ; $m_2 = m_1/2$. El resorte que inicialmente está sin estirar se estira $\delta = H/10$ y la tensión en la cuerda es $T = m_2 g$ cuando m_1 llega al suelo. Calcule la velocidad de m_1 cuando justamente llega a la base del plano.



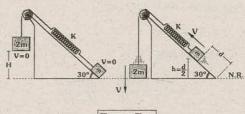
- A) √gH
- B) 2√gH
- C) √gH/2

- D) 3 √gH
- E) √2 gH

RESOLUCIÓN

- * Tomando como sistema a los bloques m_1 y m_2 .
- * Al ser liberados el resorte se deforma " δ " y el bloque m_1 llega al suelo, luego m_2 habrá avanzado por el plano la distancia $d = H \delta$.
- * No hay fricción, la energía mecánica se conserva.

Graficando la situación inicial y final.



$$E_{K_o}^{0} + E_{P_o} = E_{K_f} + E_{P_f}$$

$$2m \times g \times H = \left(\frac{1}{2} \times 2m \times V^2 + \frac{1}{2} \times mV^2\right) + \left(mgh + \frac{1}{2}K\delta^2\right)$$

Del dato :

En la situación final el resorte se deforma $\delta = H/10$ y la tensión en la cuerda es $T = m_2 g = mg$. Esta tensión es la fuerza elástica que está deformando el resorte.

$$T = K\delta$$
 \Rightarrow $mg = K \cdot \delta$ \Rightarrow $K = \frac{mg}{\delta}$

También:

$$d = H - \delta = H - H/10$$

$$\Rightarrow d = 9H/10$$

Reemplazando:

$$2mgH = \frac{1}{2} \times 3m \times V^2 + mg \times \frac{9H}{20} + \frac{1}{2} \times \frac{mg}{(H/10)} \cdot \left(\frac{H}{10}\right)^2$$

Simplificando:

$$V^{2} = gH$$

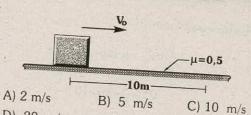
$$\therefore V = \sqrt{gH} \qquad Rpta.$$

Clave: A

PROBLEMA 86 Sem. CEPRE UNI

Con que velocidad "Vo" fue lanzado el bloque pequeño de masa m, si logró avanzar 10 m antes de detenerse.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right)$$

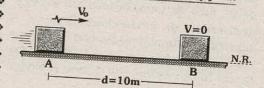


- ♦ D) 20 m/s
- B) 5 m/s
- E) 15 m/s

RESOLUCIÓN

La energía cinética fue disminuyendo por la acción de la fuerza disipativa (de rozamiento); por tanto, la energía mecánica no se conserva.

Graficando la situación inicial y final

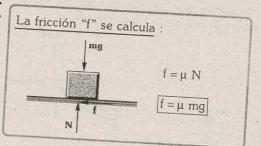


De: $\Delta E_{\rm M} = W_{\rm FNC}$

$$E_{M_B} - E_{M_A} = W_f$$

$$\begin{pmatrix}
0 \\
E_{K_B} + E_{P_A} \\
-E_{K_A} = f \times d
\end{pmatrix} - \left(E_{K_A} + E_{P_A} \\
-E_{K_A} = f \times d$$

$$\frac{1}{2}mV_o^2 = f \times d \qquad \dots (I)$$





Reemplazando en (I):

$$\frac{1}{2}mV_o^2 = \mu \ mg \times d$$

$$V_o^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

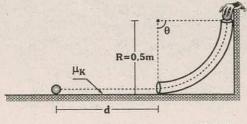
$$\therefore V_o = 10 \text{ m/s}$$

Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 87 Sem. CEPRE UNI

Un bloque pequeño de masa "m" se deja caer libremente desde la parte superior de un tubo de forma de arco con $\theta=\pi/2$, deslizándose sin fricción hasta llegar a la superficie horizontal rugosa (ver figura) con coeficiente de fricción $(\mu_K=0,5)$. La distancia "d" en metros que recorre el bloque antes de detenerse es :



- A) 1,0
- B) 1,5
- C) 2.0

- D) 0,5
- E) 0,25

RESOLUCIÓN

Notamos que hay rozamiento por tanto la energía mecánica no se conserva.

De:
$$\begin{array}{c} \Delta E_{M} = W_{FNC} \\ D \\ E_{M_{C}} - E_{M_{A}} = W_{AB}^{f} + W_{BC}^{f} \\ E_{K_{C}} + E_{DC} \\ - w_{BC} \\ D \\ - w_{$$

La fricción en el tramo ABC se calcula por :

 $f = \mu mg$ (ver prob. anterior)

En (I): $mgh = \mu mg \times d$

 $0,5=0,5\times d$

 $\therefore \boxed{d=1 \text{ m}} \qquad Rpta.$

Clave: A

PROBLEMA 88 Sem. CEPRE UNI

Una partícula cuya masa es 10 kg experimenta un cambio de energía cinética igual a 20 J en 10 s. Halle el valor de la fuerza resultante que actúa sobre la partícula, si partió del reposo.

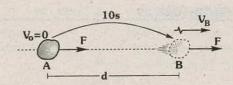
- A) 20 N
- B) 8 N
- C) 4 N

- D) 2 N
- E) 1 N

RESOLUCIÓN

Método I

Graficando:



Dato :

En "B"
$$E_{K_{B}} = 20J$$

$$\frac{1}{2}mV_{B}^{2} = 20$$

$$\frac{1}{2} \times 10V_{B}^{2} = 20$$

$$V_{B} = 2 \text{ m/s}$$

La fuerza "F" produjo la variación en su energía cinética.

De:
$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

$$(E_{K_{B}} + E_{P_{B}}) - (E_{K_{A}} + E_{P_{A}}) = W_{F}$$

$$20 = F \times d \qquad \dots (I)$$
Teoria de circum (II)

Por teoría de cinemática

Tramo AB (MRUV)

$$d = V_{prom.} \cdot t$$

$$d = \left(\frac{V_B + V_A}{2}\right) \times t$$

$$d = \left(\frac{2 + 0}{2}\right) \times 10$$

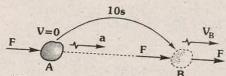
$$d = 10 \text{ m}$$

Reemplazando en (I):

$$20 = F \times 10$$

$$\therefore \quad \mathbf{F} = \mathbf{2N} \qquad Rpta.$$

Método II



"F": es quien produce la aceleración.

Por, energía mecánica (en "B")

$$E_{K_B} = 20 J (dato)$$

Pero :
$$E_{K_B} = \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times V_B^2 = 20$$

$$\therefore \quad \underline{V_B = 2 \text{ m/s}}$$

Aplicando cinemática: Tramo AB

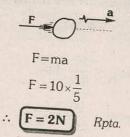
De:
$$V_f = V_o + at$$

$$V_B = V_A + a \times t$$

$$2 = 0 + a \times 10$$

$$\therefore a = \frac{1}{5} m/s$$

Aplicando dinámica



Clave: D

PROBLEMA 89 (Sem. CEPRE UNI

Se suelta una piedra desde una altura de
200 m. El rozamiento con el aire hace que su energía cinética al momento de llegar al suelo sea el 90% de lo que sería si no hubiese rozamiento con el aire. Entonces, la velocidad de la piedra, en m/s, al momento de llegar al suelo es:

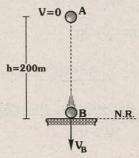
(considere g=10 m/s)



- A) 50
- B) 60
- C) 70.

- D) 80
- E) 90

Según el problema :



 Si no hay fricción la energía mecánica se conserva.

$$E_{M_{B}} = E_{M_{A}}$$

$$E_{K_{B_{I}}} = E_{P_{A}} \qquad \dots (I)$$

II. Si hay fricción del aire por dato :

$$E_{K_{B_{II}}} = 90\% E_{K_{B_{I}}}$$

$$E_{K_{B_{II}}} = \frac{90}{100} \times Ep_A$$

$$\frac{1}{2}$$
m $V_{B_{II}}^2 = \frac{90}{100} \times \text{mg} \times \text{h}$

$$\frac{1}{2}mV_{B_{II}}^2 = \frac{90}{100} \times 10 \times 200$$

$$\therefore \boxed{V_{B_{II}} = 60 \text{ m/s}} Rpta.$$

Clave: B *

PROBLEMA 90

(Exam. UNI

El coeficiente de fricción cinética entre un

* bloque y un plano, inclinado 30° con respecto a la horizontal, es : $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. La longitud del plano es 5. Si el bloque parte del reposo desde la parte superior del plano, su velocidad en m/s al llegar al punto mas bajo, es :

(Considere
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$
)

A) 3,5

B) 4,0

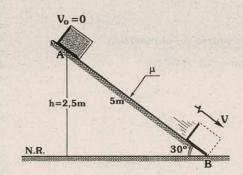
C) 4,5

D) 5,0

E) 5,5

RESOLUCIÓN

Hay fricción por tanto la energía mecánica no se conserva.



De la relación entre trabajo y energía mecánica

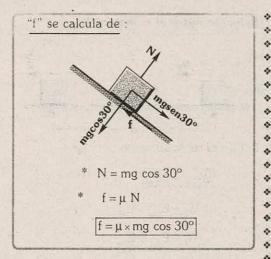
(Tomando los puntos A y B)

$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

$$E_{M_B} - E_{M_A} = W_F$$

$$\left(E_{K_B} + E_{P_B}^{0}\right) - \left(E_{K_A} + E_{P_A}^{0}\right) = -f \times d$$

$$\frac{1}{2}mV^2 - mgh = -f \times d \qquad ... (I)$$



En (I):

$$\frac{1}{2}mV^2-mgh=-\mu\ mg\ cos\ 30^o\times d$$

$$\frac{V^2}{2} - 10 \times 2,5 = -\frac{1}{2\sqrt{3}} \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5$$

$$V^2 = 25$$

$$\therefore V = 5 \text{ m/s}$$
 Rpta.

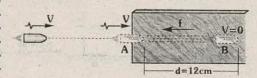
Clave: D

PROBLEMA 91 (Sem. CEPRE UNI

Una bala de 300 g penetra 12 cm en un bloque de madera. La fuerza promedio que ejerce el bloque sobre la bala es de 32×10³N. ¿Cuál fue la velocidad de impacto de la bala?

- A) 320 m/s
- B) 160 m/s
- C) 120 m/s
- D) 80 m/s
- E) 260 m/s

RESOLUCIÓN



Notamos

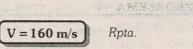
La energía cinética que llevaba la bala fue disminuyendo hasta hacerse nula; esto debido a que la fuerza de oposición (f) realizó un trabajo resistente.

· En forma práctica :

$$\boxed{\begin{aligned} E_{K_A} &= |W_{AB}^f| \\ \frac{1}{2} m V^2 &= f \times d \end{aligned}}$$

$$\frac{1}{2} \times (0,3) \times V^2 = 32 \times 10^3 \times 12 \times 10^{-2}$$

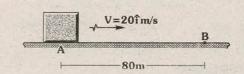
Luego:



Clave: B

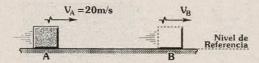
PROBLEMA 92 (Sem. CEPRE UNI

El cuerpo mostrado pierde el 80% de su energía debido al rozamiento. ¿Cuál será la rapidez cuando pase por B?



- A) 2√5 m/s
- B) √5 m/s
- * C) 5√5 m/s
- D) $3\sqrt{5}$ m/s
- ◆ E) 4√5 m/s





Por dato del problema :

(Tramo AB, pierde 80% de E_M)

$$\therefore \quad \boxed{\mathsf{E}_{\mathsf{M}_{\mathsf{B}}} = 20\% \; \mathsf{E}_{\mathsf{M}_{\mathsf{A}}}}$$

$$\frac{0}{\text{Ep}_{B}} + \frac{1}{2} \text{mV}_{B}^{2} = 20\% \left(\frac{0}{\text{Ep}_{A}} + \frac{1}{2} \text{mV}_{A}^{2} \right)$$

$$\frac{1}{1} = 2 \cdot 20 \cdot 1$$

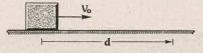
$$\frac{1}{2}m\!\times\!V_{B}^{2}\!=\!\frac{20}{100}\!\times\!\frac{1}{2}\!\times\!m\!\times\!20^{2}$$

$$\therefore \boxed{\mathbf{V}_{\mathrm{B}} = \mathbf{4}\sqrt{\mathbf{5}} \ \mathbf{m/s}} \ \mathit{Rpta}.$$

Clave: E

PROBLEMA 93 (Sem. CEPRE UNI

A un objeto de masa "m" se le da un impulso, el cual le comunica una rapidez $V_o = \sqrt{gd}$, donde $g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ y} \, d$ es la distancia para la cual el objeto ha disminuído su rapidez en $V_o/2$. Halle el coeficiente de fricción cinética.



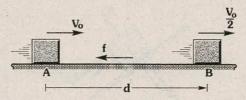
- A) 1/8
- B) 2/8
- C) 3/8

- D) 4/8
- E) 5/8

RESOLUCIÓN

- * Tomando la superficie horizontal como nivel de referencia.
- * Existe rozamiento, entonces aplicamos:

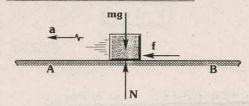
Relación entre el trabajo y E_M



f : Fuerza de rozamiento

$$\begin{split} \boxed{W_{FNC} &= \Delta E_M \\ W_f &= E_{M_B} - E_{M_A} \\ W_f &= E_{K_B} - E_{K_A} \\ -f \times d &= \frac{1}{2} m \left(\frac{V_o}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} m V_o^2 \\ -f \times d &= \frac{1}{2} m \left(-\frac{3}{4} \right) V_o^2 \\ f \times d &= \frac{3}{8} m V_o^2 \Big| \qquad \dots (I) \end{split}$$

Aplicamos dinámica (Tramo AB)



Del D.C.L. al bloque :

$$\Sigma \overline{F}_{v} = \overline{0}$$

$$N = mg$$

Pero: también:

$$f = \mu N$$

$$f = \mu \times mg$$
 ... (II)

Reemplazando (II) en (I) y del dato $V_o^2 = gd$.

$$\mu \times mg \times d = \frac{3}{8} \times mg \times d$$

$$\therefore \left[\mu = \frac{3}{8} \right]$$

Rpta.

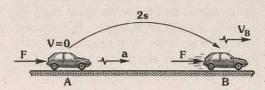
Clave: C

PROBLEMA 94 (Sem. CEPRE UNI

Un automóvil de 2 000 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Calcular con que fuerza constante horizontal hay que empujarlo durante 2s para que su energía cinética se incremente en 4 000 J.

- A) 1 000 N
- B) 2000 N
- C) 4 000 N
- D) 500 N
- E) 20 N

RESOLUCIÓN



* La fuerza "F" produjo aceleración e incremento su velocidad.

En "B" :

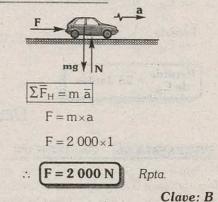
$$E_{K_B} = 4\ 000\ J$$
 (dato)

Pero :
$$E_K = \frac{1}{2} m V_B^2 = 4 000$$

$$\frac{1}{2} \times 2\ 000 \times V_B^2 = 4\ 000$$

Por teoría de cinemática (En el gráfico)

Por teoría de dinámica



PROBLEMA 95 (Sem. CEPRE UNI

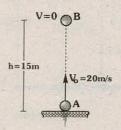
Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s, la pelota tiene una masa de 0,5 kg y alcanza una altura de 15 m. ¿Cuál es la "pérdida" de energía debido a la fricción?

- A) 50 J
- B) 25 J
- C) 75 J

- D) 30 J
- E) 2,5 J

RESOLUCIÓN

Debido a la fricción la energía mecánica disminuye, Luego :





La energía mecánica "pérdida" será :

$$P\acute{e}rdida = E_{M_A} - E_{M_B}$$

$$\frac{P\acute{e}rdida}{de~E_{M}} = E_{K_{A}} - Ep_{C}$$

$$\frac{P\acute{e}rdida}{de~E_M} = \frac{1}{2} m V_o^2 - mgh$$

$$\begin{array}{l} P\acute{e}rdida \\ de \; E_{M} \end{array} = \frac{1}{2} \times 0, 5 \times 20^{2} - 0, 5 \times 10 \times 15 \\ \end{array}$$

Pérdida de E_M = 25 Joules

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 96 (Sem. CEPRE UNI

Se lanza verticalmente hacia arriba una esfera de masa 0,4 kg con una velocidad inicial de 2 m/s y al llegar a tierra lo hace con una rapidez de 1 m/s. Determine la magnitud (en N) de la fuerza de fricción del aire, considerada constante, sabiendo que la máxima altura alcanzada fue de 0,1 m.

B) 8

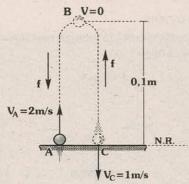
C) 2

D) 3

E) 5

RESOLUCIÓN

De las consideraciones del problema :



La fuerza de rozamiento (en todo momento) se opone al movimiento de la esfera.

Tomando el trayecto ABC.

Relación entre W y E_M

$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

$$E_{M_C} - E_{M_A} = W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}}$$

$$E_{K_C} - E_{K_A} = W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}}$$

$$\frac{1}{2}mV_{C}^{2} - \frac{1}{2}mV_{A}^{2} = -f \times d + (-f \times d)$$

$$\frac{1}{2} \times 0.4 \times 1^2 \times 0.4 \times 2^2 = -2 \times f \times 0.1$$

 $\therefore \boxed{f = 3N}$

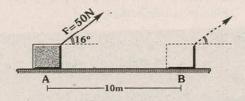
Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 97 (Sem. CEPRE UNI

Una fuerza constante en módulo y direccion
actúa sobre un bloque de masa m=4 kg
como se muestra en la figura. Si el bloque
parte del reposo en "A" y pasa por "B" con
V=10 m/s. Halle el módulo de la fuerza de fricción.

(Asuma cos 16°=24/25)



A) 28 N

B) 38 N

C) 20 N

D) 68 N

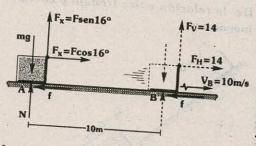
E) 48 N

RESOLUCIÓN

Descomponiendo la fuerza "F", notamos

que su componente horizontal es quien realiza trabajo mecánico.

Si el bloque estaba en reposo, es el trabajo ento realizado entre "F" y "f" quien modificó la energía cinética del bloque.



Luego:

$$E_{K_B} = E_{K_A} + W_{NETO}$$

$$E_{K_B}=0+W_{AB}^F+W_{AB}^f$$

$$E_{K_B} = (F_H - f)d$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = (F_H - f) \times d$$

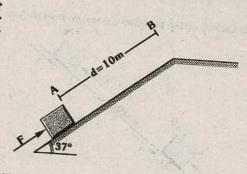
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = (48 - f) \times 10$$

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 98 (Sem. CEPRE UN)

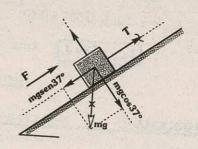
Mediante una fuerza F=50~N, se empuja un cuerpo sobre un plano inclinado rugoso $(\mu=0,2)$, como se muestra en la figura. Cuál es la energía cinética que adquiere el bloque de masa 5~kg en el punto B, si el movimiento se inicia en el punto A?



- A) 100 J
- B) 120 J
- C) 60 J
- D) 240 J
- E) 720 J

RESOLUCIÓN

Haciendo el D.C.L. al bloque, notamos que las fuerzas no conservativas (FNC) que realizan trabajo son "F" y la fuerza de rozamiento (f).



En la figura : $f = \mu N$

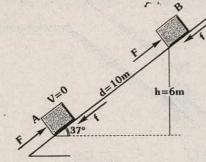
Pero: $N = mg \cos 37^{\circ}$

$$\therefore \quad f = \mu \text{ mg cos } 37^{\circ}$$

$$f = 0.2 \times 5 \times 10 \times \frac{4}{5}$$

f=8N

Relación entre trabajo y energía mecánica



Tramo AB :

$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

$$E_{M_{B}} - E_{M_{A}} = W_{AB}^{F} + W_{AB}^{f}$$

$$\left(E_{K_{B}} + Ep_{B}\right) + \left(E_{K_{A}} + Ep_{A}\right) = F \times d - fd$$

$$E_{K_{B}} + mgh = (F - f)d$$

$$E_{K_B} + 5 \times 10 \times 6 = (50 - 8) \times 10$$

$$\therefore E_{K_B} = 120 J \qquad Rpte$$

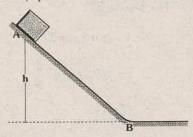
Clave: B

٠

PROBLEMA 99

(Sem. CEPRE UNI)

Un bloque de 10 kg se desliza por un plano inclinado desde una altura h=6 m, partiendo del reposo, si su velocidad cuando pasa por el punto "B" es 6 m/s, hallar el trabajo (en joule) que realiza la fuerza de fricción.

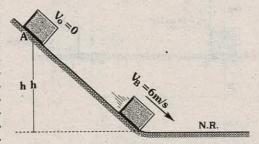


B)
$$-320 J$$

E) -230 J

RESOLUCIÓN

De la relación entre trabajo y energía mecánica.



"La fricción hace que disminuya la $E_{\rm M}~$ del bloque."

De:
$$\boxed{\Delta E_{M} = W_{FNC}}$$

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{f}$$

$$\left(E_{KB} + E_{PB}\right) - \left(E_{KA} + E_{PA}\right) = W_{f}$$

$$\frac{1}{2}mV_{B}^{2} - mgh = W_{f}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 6^{2} - 10 \times 10 \times 6 = W_{f}$$

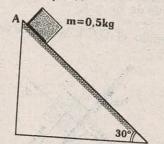
$$\therefore \boxed{W_{f} = -420 \text{ J}}$$
 Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 100 (Sem. CEPRE UNI

En la figura el plano tiene una longitud de 20 m y la mitad superior es rugosa con coeficiente cinético de fricción igual a 0,2. ¿Con que rapidez llega el bloque a la parte inferior del plano si desciende desde

A a partir del reposo?

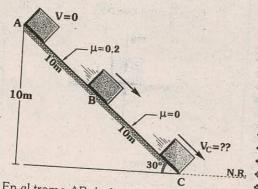


- A) 12,8 m/s D) 15 m/s
- B) 10 m/s
- E) 6,4 m/s

C) 13,4 m/s

RESOLUCIÓN

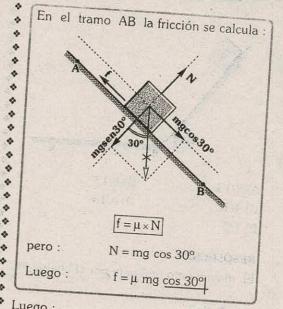
De la relación entre trabajo y energía mecánica.



En el tramo AB, la fricción hace que disminuya la E_M del bloque.

Tomando los puntos A y C

De: $\Delta E_{\rm M} = W_{\rm FNC}$ $E_{M_C} - E_{M_A} = W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}}$ $\left(E_{K_{C}} - E_{p_{C}}\right) - \left(E_{K_{A}} + E_{p_{A}}\right) = W_{f_{AB}}$ $\frac{1}{2}mV_C^2 - mg \times h = -f \times d$



Luego:

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - mgh = -\mu mg \cos 30^\circ \times d$$

$$\frac{1}{2} \times V_C^2 - 10 \times 10 = -0, 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10$$

$$V_C^2 = 165, 4$$

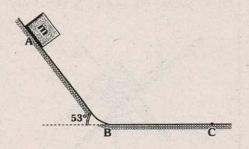
$$\therefore \boxed{V_{\rm C} \approx 12.8 \text{ m/s}}$$

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 101 (Sem. CEPRE UNI

Desde la parte superior de un plano mellnado se suelta un bloque de masa m, el cual se detiene en la posición C; hallar el coeficiente de rozamiento μ en la superficie horizontal, sabiendo que éste es el doble de la superficie inclinada y además AB = BC.

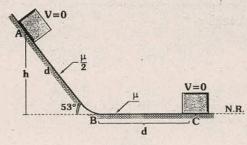


- A) 2/13
- B) 8/13
- C) 4/13
- D) 6/13

E) 1/2

RESOLUCIÓN

El movimiento realizado por el bloque es :



La fricción en AB y BC hace perder la $E_{\rm M}$ inicial.

Por la relación entre W y E_M

(Tomando los puntos A y C)

$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

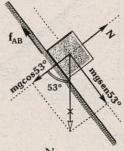
$$\boldsymbol{E}_{M_C} - \boldsymbol{E}_{M_A} = \boldsymbol{W}_{f_{AB}} + \boldsymbol{W}_{f_{BC}}$$

$$\left(\begin{array}{c} 0 \\ \cancel{F}_{K_C} + \cancel{F}_{P_C} \end{array} \right) - \left(E_{P_A} + \cancel{F}_{K_A} \right) = \left(-f_{AB} \times d \right) + \left(-f_{BC} \times d \right)$$

$$Ep_A = f_{AB} \times d + f_{BC} \times d$$
 ... (1)

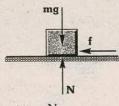
Cálculo de f_{AB} y f_{BC} :

Haciendo el D.C.L. al bloque en AB y BC.



$$f_{AB} = \mu_{AB} \times N$$

$$f_{AB} = \frac{\mu}{2} \times \text{mg cos } 53^{\circ}$$
 ... (II)



$$f_{BC} = \mu_{BC} \times N$$

$$f_{BC} = \underline{\mu \times mg}$$
 ... (III)

Reemplazando (II) y (III) en (I) y de los datos :

 $mgh = \frac{\mu}{2} \times mg \cos 53^{\circ} \times d + \mu mg \times d$

$$\frac{h}{d} = \frac{\mu}{2} \times \frac{3}{5} + \mu$$

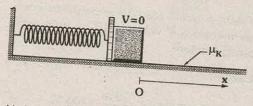
sen
$$53^{\circ} = \frac{13\mu}{10}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{13\mu}{10}$$

$$\mu = \frac{8}{13}$$

Rpta.

Clave: B

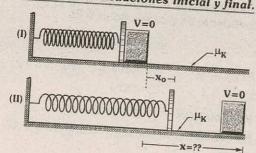


- A) 60 cm
- B) 80 cm
- D) 120 cm
- E) 36 cm

Al comprimir el resorte se almacena energía potencial (en el resorte).

Esta energía almacenada se usa para que el bloque se desplace a la derecha; pero la fricción va consumiendo esta energía hasta que finalmente el bloque se detiene.

Graficando la situaciones inicial y final.



De:

$$\Delta E_{\rm M} = W_{\rm FNC}$$

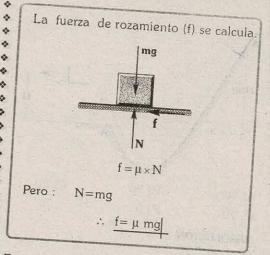
Se concluye :

$$Ep_{e_i} = |W^f|$$

$$Ep_{e_i} = |-f \cdot x|$$

$$Ep_{e_i} = f \cdot x$$

$$\frac{1}{2} \frac{Kx_o^2 = f \cdot x}{Kx_o^2 + f \cdot x} \dots (I)$$



En (I):

C) 72 cm

$$\frac{1}{2}Kx_o^2 = \mu \text{ mg} \cdot x$$

$$\frac{1}{2} \times 10(0.6)^2 = 0.5 \cdot 0.5 \cdot 10 \cdot x$$

Resolviendo:

$$x = 0.72 \text{ m}$$

$$\therefore \boxed{x = 72 \text{ cm}}$$

Rpta.

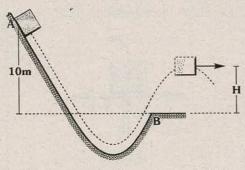
Clave: C

PROBLEMA 105 (Sem. CEPRE UNI

El bloque mostrado en la figura parte del reposo desde el punto A resbalando por una rampa rugosa, luego se eleva hasta una altura H=7,2 m donde su velocidad es 6 m/s. Determine que porcentaje de su energía mecánica se pierde en la trayectoria AB por efecto de la fricción.

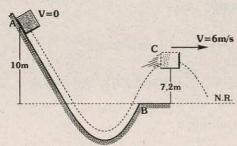
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$





- A) 90
- B) 70
- C) 20
- D) 10 E) 5

En la figura :



Respecto del nivel de referencia (N.R.)

$$E_{M_A} = Ep_A + E_{K_A}$$

$$E_{M_A} = mgh + 0$$

$$E_{M_A} = m \times 10 \times 10$$

II)
$$E_{M_C} = Ep_C + E_{K_C}$$

$$E_{M_C} = mgH + \frac{1}{2}mV_C^2$$

$$E_{M_C} = m \times 10 \times 7, 2 + \frac{1}{2} \times m \times 6^2$$

$$E_{M_C} = 90 \text{ m}$$

Notamos en el tramo AB se perdió en energía mecánica el valor de 10 m. (esto sería por la fricción).

Luego:

% pérdida =
$$\frac{10 \text{ m}}{100 \text{ m}} \times 100 \%$$

Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 106 (Sem. CEPRE UNI

Calcular el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre un cuerpo de 5 kg, lanzado desde la base de un plano inclinado 37° con la horizontal con una energía cinética de 150 J, hasta que se detiene. El coeficiente de rozamiento es 0,25.

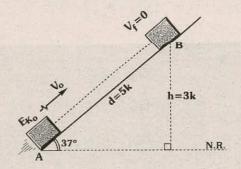
$$(g=10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 25 J
- B) -25 J
- C) -37,5 J

- D) 37,5 J
 - E) -30 J

RESOLUCIÓN

Esbozando el movimiento realizado por el cuerpo.



La fricción realizó un trabajo que disminuyó la energía cinética inicial.

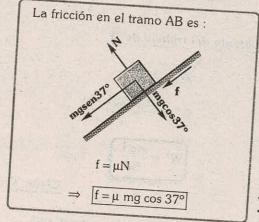
Por relación entre trabajo y $E_{\rm M}$

$$\Delta E_{M} = W_{FNC}$$

$$E_{M_f} - E_{M_o} = W_{FNC}$$

$$\left(E_{K_f} + E_{P_f} \right) - \left(E_{K_o} + E_{P_o} \right) = W_{AB}^f$$

$$mgh - E_{K_o} = -f \times d \qquad \dots (J)$$



$$\begin{split} \text{mg} \times 3k - 150 &= -\mu \text{ mg cos } 37^{\circ} \times 5k \\ 5 \times 10 \times 3k - 150 &= -0, 25 \times 5 \times 10 \times \frac{4}{5} \times 5k \\ \text{Resolviendo} \qquad \qquad \underline{k = \frac{3}{4}} \\ \text{En (I)} : \qquad \qquad W_{\text{AB}}^f = \text{mgh} - E_{\text{K}_0} \end{split}$$

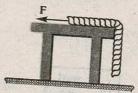
$$W_{AB}^{f} = mgh - E_{K_{o}}$$

$$W_{AB}^{f} = 5 \times 10 \times 3 \times \frac{3}{4} - 150$$

$$W_{AB}^{f} = -37.5 \text{ J} \quad Rpta.$$

PROBLEMA 107 (Sem. CEPRE UNI

Una soga está sobre una mesa sin fricción con la quinta parte de su longitud colgando por el borde de la mesa. Si la soga tiene una longitud Ly masa M, ¿Cuánto trabajo se requiere como mínimo para jalar la parte de la soga que cuelga regresándola a la mesa?



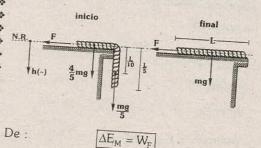
- A) mgL/10
- B) mgL/25
- C) mgL/50
- D) mgL/100
- E) mgL/25

RESOLUCIÓN

Método I

- La fuerza "F" realiza un trabajo para jalar la soga que cuelga.
- Si la soga sube lentamente a rapidez constante, entonces se estaría realizando el trabajo mínimo.
- Si la velocidad es constante no hay variación en la energía cinética.

De la relación entre trabajo y energía mecánica

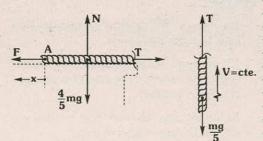




$$\begin{split} E_{M_f} - E_{M_o} &= W_F \\ \left(E_{K_f} + Ep_o \right) - \left(E_{K_o} + Ep_o \right) &= W_F \\ - Ep_o &= W_F \\ - \frac{\left(mg \ h \right)}{5} &= W_F \\ - \left(\frac{mg}{5} \times \left(-\frac{L}{10} \right) \right) &= W_F \\ \therefore \boxed{ W_F = \frac{mgL}{50} } \qquad \textit{Rpta.} \end{split}$$

Método II

Si hacemos el D.C.L. a la porción de soga que está recostado en la mesa, obtendremos.



El trabajo es mínimo si a la soga va jalándose lentamente. (V=cte).

En equilibrio:

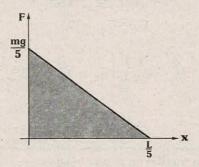
$$F=T$$

Concluímos:

Al inicio: F = T = mg/5 ... (x=0)

Al inicio : F = T = mg/5 ... (x=0) D) 6 m/s Al final : F = T = 0 ... (x = L/5) $\stackrel{\bullet}{\bullet}$ E) 10 m/s

Si hacemos la gráfica "F" vs "x", siendo "x" la distancia que avanza el punto "A" donde está aplicada la fuerza; obtendremos.



Cálculo del trabajo de "F"

$$W^F = \frac{(mg/5)(L/5)}{2}$$

$$\therefore \left[W^F = \frac{mg L}{50} \right]$$

Rpta.

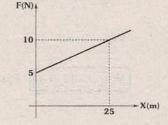
Clave: C

(Sem. CEPRE UNI PROBLEMA 108

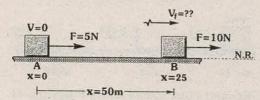
Un bloque de 15 kg de masa, está sometido a la acción de una sola fuerza en dirección horizontal, cuyo módulo varía con la posi- ción "x" tal como indica el gráfico. Si el bloque parte del reposo en la posición x=0 m.

¿Cuál será su velocidad en x=25 m?

- A) 3 m/s
- B) 4 m/s
- . C) 5 m/s



Según la condición del problema :



El bloque "A" se encontraba en reposo, respecto del N.R. ⇒ La energía mecánica era nula.

Al aplicarse la fuerza "F" variable, el bloque va aumentando su velocidad, por tanto tendrá energía cinética.

Tomando el tramo AB diremos :

$$\boxed{ \begin{aligned} E_{K_B} &= W_F \\ E_{K_B} &= W_F \end{aligned} } \quad \begin{pmatrix} \text{Relación entre} \\ W \ y \ E_M \end{pmatrix} \\ & \frac{1}{2} m V_f^2 = F_{\text{prom.}} \times d \\ & \frac{1}{2} \times 15 \times V_f^2 = \left(\frac{5+10}{2}\right) \times 25 \\ & \therefore \quad \boxed{V_f = 5 \text{ m/s}} \quad \textit{Rpta.} \end{aligned}$$

1 Nota

Si la fuerza "F" varía linealmente respecto de "X" entonces el trabajo se puede calcular con la fuerza promedio.

Clave: C

PROBLEMA 109 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de 2 kg se está moviendo a razón de 2 m/s, cuando se le aplica una fuerza a lo largo de la dirección del movimiento, la cual varia con el desplazamiento "x" según:

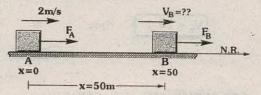
$$F_{(x)} = \left(\frac{16}{5}\right)x + 20$$

¿Cuál será aproximadamente la velocidad (en m/s) del bloque cuando se encuentre a 50 m del lugar donde se empezó a aplicar F(x)?

- A) 60,2 m/s
- B) 35,35 m/s
- C) 42,2 m/s
- D) 65,4 m/s
- E) 70,7 m/s

* RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :



* En "A", tomando x=0 y si la fuerza :

$$F_{(x)} = \left(\frac{16}{5}\right)x + 20$$

entonces : $F_{(0)} = \frac{16}{5} \times 0 + 20$

$$\therefore F_{A} = 20 N$$

* En "B" si x=50

$$F_{(50)} = \frac{16}{5} \times 50 + 20 = 180$$

$$\therefore \quad \underline{F_B} = 180 \text{ N}$$

La fuerza F_(x) hará que la energía cinética
 se incremente. Es decir el trabajo de la fuer za variable será quien varió la E_K.

· Luego:

$$E_{K_B} = E_{K_A} + W_{FNC}$$

$$E_{K_R} = E_{K_A} + W_F$$

$$E_{K_B} = E_{K_A} + F_{prom.} \times d$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}mV_A^2 + \left(\frac{F_A + F_B}{2}\right) \times d$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times V_B^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + \left(\frac{20 + 180}{2}\right) \times 50$$

Rpta.

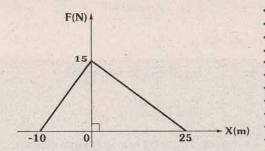
$$V_B^2 = 5004$$

 $\therefore \boxed{V_{\rm B} = 70,7}$

Clave: E

PROBLEMA 110 (Sem. CEPRE UNI

La figura muestra el gráfico F vs X para una partícula que parte del reposo en x=-10 m y se mueve en línea recta a lo largo del eje +X. Si la masa de la partícula es 21 kg, halle la rapidez de ésta en el instante "t" el cual se encuentra en x=25 m.



A) 5 m/s

B) 6 m/s

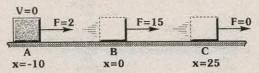
C) 8 m/s

D) 10 m/s

E) 25 m/s

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema.



Podemos notar que la fuerza F siempre es positiva y variable linealmente. Esta fuerza realiza un trabajo que para nuestro caso, hará que varíe la energía cinética.

Luego:

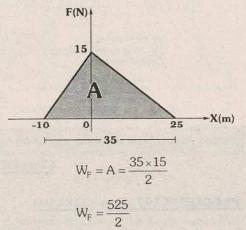
Tramo AC

$$\Delta E_{K} = W_{F}$$

$$E_{K_C} - E_{K_A}^0 = W_F$$

$$E_{K_C} = W_F$$
 ... (I)

El trabajo de "F" será el área en la gráfica "F vs X".



Luego: en (I)

$$\frac{1}{2}$$
 m $V_C^2 = \frac{525}{2}$

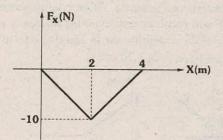
$$\frac{1}{2} \times 21 \times V_{C}^{2} = \frac{525}{2}$$

$$\therefore \quad \boxed{V_{C} = 5 \text{ m/s}} \qquad Rpta.$$

Clave: A

PROBLEMA 111 (Sem. CEPRE UNI

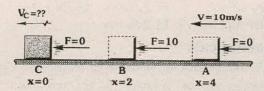
La fuerza que experimenta un cuerpo de 1 kg de masa se muestra en la figura. Si la partícula se aproxima al origen por la derecha a una velocidad de 10 m/s, ¿Cuál es la energía cinética de la partícula en el origen de coordenadas?



- A) $2\sqrt{36}$ m/s
- B) $\sqrt{35}$ m/s
- C) $\sqrt{70}$ m/s
- D) 2√15 m/s
- E) $2\sqrt{35}$ m/s

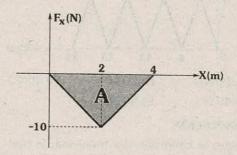
RESOLUCIÓN

Esbozando el gráfico de su movimiento.



Según la condición del problema, es la fuerza "F" quien modifica su velocidad. Diremos entonces que el trabajo de "F" hizo variar su energía cinética. El trabajo de "F" se calcula por el área debajo la curva "F vs X".

· Entonces :



$$W_F = \Delta E_K$$

$$W_F = E_{K_C} - E_{K_A}$$

$$E_{K_C} = E_{K_A} + W_F$$

$$E_{K_C} = E_{K_A} + \text{área}$$

$$\frac{1}{2} \times mV_C^2 = \frac{1}{2} mV_A^2 + \frac{4 \times 10}{2}$$

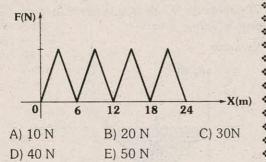
$$\frac{1}{2} \times 1 \times V_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 + \frac{4 \times 10}{2}$$

$$\therefore V_{\rm C} = 2\sqrt{35} \text{ m/s}$$
 Rpta

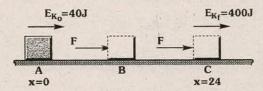
Clave: E

PROBLEMA 112 (Sem. CEPRE UNI

Una partícula se está moviendo a lo largo del eje X, con una energía de 40 J, desde el instante que pasa por x=0 hasta que se encuentra en x=24 m, la partícula es sometida a la acción de una fuerza que actúa en la misma dirección del movimiento pero cuya magnitud varía como se ilustra en la figura. Si en x=24 m la partícula tiene una energía de 400 J, determinar la magnitud (en N) de la fuerza máxima aplicada.



Según la condición del problema, la energía con que se desplaza será la cinética.



Desde x=0 m hasta x=24 m; la energía cinética se fue incrementando, esto debido al trabajo realizado por la fuerza "F".

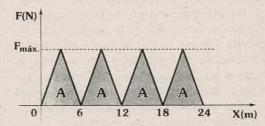
Entonces:

$$E_{K_f} = E_{K_o} + W_F$$

$$400 = 40 + W_F$$

$$W_F = 360 \text{ J}$$

El trabajo de "F" se puede calcular hallando el área debajo la gráfica : "F vs X".



Luego: $4A = W_F$

$$4 \times \frac{6 \times F_{\text{máx.}}}{2} = 360$$

Finalmente:

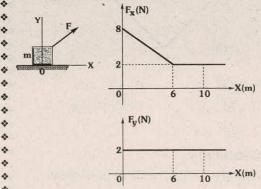
$$\therefore \left(F_{\text{máx.}} = 30 \text{ N} \right)$$

Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 113 (Sem. CEPRE UNI

* Un cuerpo de masa $m\!=\!1$ kg , inicialmente en reposo, se mueve bajo la acción de la fuerza F sobre una superficie rugosa como se muestra en la figura. Si las componentes de F son como aparecen en las figuras, y el $\mu_K=0,25$; determinar la rapidez de "m" en $x\!=\!10$ m. $\left(g\!=\!10\text{ m/s}^2\right)$



- A) √3 m/s
- B) $2\sqrt{3}$ m/s C) $3\sqrt{3}$ m/s
- D) $4\sqrt{3}$ m/s E) $2\sqrt{6}$ m/s

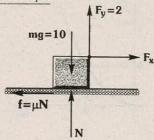
RESOLUCIÓN

El bloque está inicialmente en reposo; notamos además : la fuerza " F_y " es constante en todo momento.

Inicialmente la fuerza $F_x = 8N$.

Analicemos si la fuerza horizontal ha vencido su resistencia.

D.C.L. al bloque :



En la vertical : $\sum \overline{F}_{v} = \overline{0}$

$$N = 10 - 2$$

$$N = 8$$

Luego:

$$f = \mu N = 0,25 \times 8$$

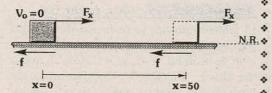
- * Al inicio $F_x = 8$ Newton y f=2 Newton, $(F_x > f)$ por tanto el bloque se mueve a la derecha.
- La fuerza "f" será constante en todo momento.

Cálculo de la rapidez del bloque en x = 10 m

Como el bloque se desplaza en el eje X, entonces " F_{ν} " no realiza trabajo.

El trabajo de la fuerza "F" será el trabajo de " F_x ".

Luego:

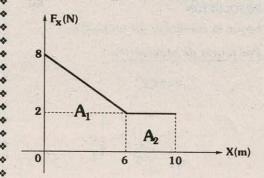


De la relación entre trabajo y energía mecánica.

$$\begin{split} \Delta E_{M} &= W_{FNC} \\ E_{M_{f}} - E_{M_{o}} &= W_{F} + W_{f} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ E_{K_{f}} + EP_{o} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ EK_{o} + EP_{o} \end{pmatrix} = W_{F_{x}} + W_{f} \end{split}$$

El trabajo de "
$$F_x$$
" se calcula por el área :

 $\frac{1}{2}mV_f^2 = W_{F_x} + (-f \times d)$



$$\begin{bmatrix} W_{F_x} = A_1 + A_2 \end{bmatrix}$$

$$W_{F_x} = \left(\frac{10 + 2}{2}\right) \times 6 + 4 \times 2$$

$$W_{F_x} = 44 \text{ J}$$

Reemplazando sus valores respectivos, en I:

$$\frac{1}{2} \times 1 \times V_f^2 = 44 + (-2 \times 10)$$

$$V_f^2 = 48$$

$$\therefore \boxed{V_f = 4\sqrt{3} \, \frac{m}{s}}$$

Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 114 (Sem. CEPRE UNI

La figura muestra la curva energía cinética



versus el tiempo de un cuerpo de $1\ kg$ que cae cerca de cierto planeta. Halle la variación de la energía potencial entre $t=0\ s$ y $t=3\ s$ de caída.

 $E_{K}(J)$

t(s)

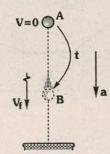




RESOLUCIÓN

Según la condición del problema.

Por teoría de cinemática



 a : aceleración de la gravedad en el planeta.

De :

$$V_f = V_o + at$$

$$V_f = at$$

Cálculo de la energía cinética

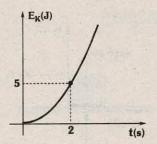
Sabemos :

$$E_{K} = \frac{1}{2} mV^{2}$$

En cualquier instante :

$$E_K = \frac{1}{2} m \times (at)^2$$

$$E_{K} = \frac{ma^{2}}{2} \times t^{2} \qquad \dots (II)$$



Según el gráfico :
$$5 = \frac{1 \times a^2}{2} \times 2^2$$

$$a^2 = 5/2$$

En (II):
$$E_{K} = \frac{1 \times 5/2}{2} \times t^{2}$$

$$E_K = \frac{5}{4}t^2$$

Recordar: Si el cuerpo, a medida que cae va ganando E_{κ} ; durante ese mismo tiempo pierde la misma cantidad en energía potencial gravitatoria; esto porque la energía mecánica se conserva.

En los tres primeros segundos :

$$\Delta E_K = \frac{5}{4} \times 3^2 - \frac{5}{4} \times 0^2$$

$$\Delta E_{\kappa} = 11,25 \text{ J}$$

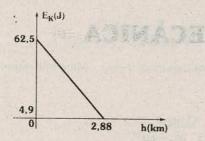
Perdió energía potencial en 11,25 J

Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 115 (Sem. CEPRE UNI

El gráfico muestra la variación de la energía cinética (E_K) de un proyectil en función de la altura, hasta que alcanza su máxima altura. Calcule la velocidad inicial de lanzamiento si éste se realiza bajo la menor inclinación posible tal que le permita alcanzar la altura máxima indicada.



A)
$$(70\hat{i} + 250\hat{j})$$
 m/s B) $(70\hat{i} + 260\hat{j})$ m/s

B)
$$(70\hat{i} + 260\hat{j})$$
 m/s

C)
$$(70\hat{i} + 240\hat{j})$$
 m/s

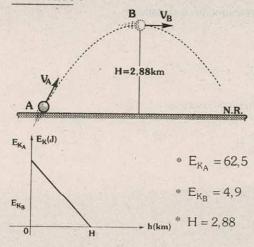
C)
$$(70\hat{i} + 240\hat{j})$$
 m/s D) $(70\hat{i} - 240\hat{j})$ m/s

E)
$$(70\hat{i} - 250\hat{j})$$
 m/s

RESOLUCIÓN

Según el gráfico (Ek vs h) podemos notar, cuando el proyectil alcanza su altura máxi- . De : ma (h=2,88 km) este tiene energía cinética. . El movimiento que cumple esta condición es el parabólico de caída libre.

Graficando:



Por conservación de E_M

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{M_A} = E_{M_B} \end{bmatrix} \\ E_{K_A} + E_{D_A} = E_{K_B} + E_{D_B} \end{aligned}$$

$$62.5 = 4.9 + m \times gH$$

$$57.6 = m \times 10 \times 2.88 \times 10^{3}$$

$$m = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

Cálculo de la velocidad inicial (\overline{V}_A)

De:
$$E_{K_A} = \frac{1}{2} m V_A^2$$

$$62,5 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times V_A^2$$

$$V_A = 250 \text{ m/s}$$

$$E_{K_B} = \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$4,9 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times V_B^2$$

$$V_B = 70 \text{ m/s}$$

Por teoría de cinemática (mov. parabólico)

La componente horizontal de la velocidad se mantiene constante.

$$\left(V_{H} = V_{B} = 70 \text{ m/s}\right)$$

Por T. de Pitágoras
$$V_{V_A} = 240$$

Luego ; $\overline{V}_A = (70\hat{i} + 240\hat{j}) \text{ m/s}$ Rpta.

Clave: C

3 Potencia Instantánea (P_i)

$$P_i = F \times V_i$$

Potencia como rapidez de cambio de energía

Se sabe : $W_F = \Delta E_M$ (Relación entre trabajo y E_M)

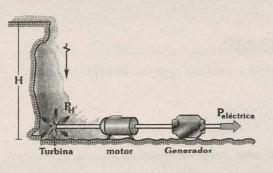
$$P_F = \frac{\Delta E_M}{t}$$

Si no cambia su energía potencial:

$$P_F = \frac{\Delta E_K}{t}$$

POTENCIA HIDRÁULICA (PH)

El cálculo de este tipo de potencia es común en las bombas centrífugas, cuando elevan líquido a determinadas alturas o en el caso de centrales hidroeléctricas cuando hay caidas de agua, usadas para la generación de energía eléctrica.



La potencia que se produce en la turbina debido a la caída del agua será :

 $P_H = \gamma QH$

siendo : $\gamma = \rho \times g$

 $Q = \frac{volumen}{tiempo}$

 $P_{H} = pgQH$

PH: Potencia hidráulica (Watt)

 γ : Peso específico del líquido $\left(\frac{N}{m^3}\right)$

 ρ : Densidad del líquido (kg/m^3)

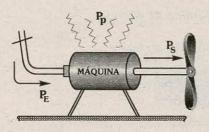
Q: Caudal hidráulico (m^3/s)

H: Altura ó caída (m)



EFICIENCIA DE UNA MÁQUINA

Cantidad adimensional, nos expresa el grado de rendimiento de una máquina; para lo cual relaciona la potencia de salida con la potencia de entrada.





 $\dots \ 0 \leq \eta \leq 1$

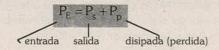


 $0 \le n \le 100$

P_s: Potencia de salida o potencia útil.

 $P_{\rm E}$: Potencia de entrada o potencia consumida.

Por conservación de la energía cumple :



Motas

1 La eficiencia también se calcula relacionando sus energías de salida y entrada.

$$\eta = \frac{E_{salida}}{E_{entrada}}$$

2 Para varias máquinas conectadas en serie y con sus eficiencias respectivas se cumple :



$$\eta_{sistema} = \frac{P_s}{P_E}$$

$$\eta_1 {\boldsymbol \cdot} \eta_2 {\boldsymbol \cdot} \eta_3 ... = \eta_n = \frac{P_s}{P_E}$$



PROBLEMAS DE APLICACIÓ

PROBLEMA 116

Un bote con una potencia de 3 000 W se desplaza con una velocidad de 25 m/s. ¿Cuál es la fuerza de resistencia del agua que se opone al movimiento del bote?

A) 60 N

B) 120 N

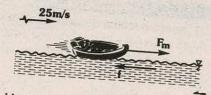
C) 240 N

D) 6 N

E) 12 N

RESOLUCIÓN

Esbozando el movimiento realizado por el



Si el bote se mueve a V=cte hay equilibrio.

 $F_{\rm m} = f$

Dato:

 $P_{\rm m} = 3\,000\,{\rm W}$

Pero:

$$P_m = F_m \times V$$

 $3\ 000 = F_{\rm m} \times 25$

 $F_{\rm m} = 120 \text{ N}$

Finalmente:

= 120 N

Rpta. Clave: B

PROBLEMA 117 (Sem. CEPRE UNI

 Un auto se desplaza con una rapidez de 80 km/h, si la resistencia del aire es 30 N y la fricción de las llantas 60 N. Determinar la potencia desarrollada por el motor del auto.

A) 10 kW

B) 8 kW

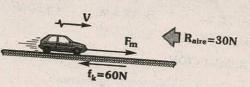
C) 4 kW

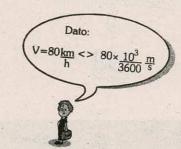
D) 2 kW

E) 1 kW

RESOLUCIÓN

Esbozando el movimiento realizado por el





Si el automóvil se desplaza a V=cte. (Hay equilibrio)

 $F_{\rm m} = R_{\rm aire} + f_{\rm K}$

 $F_{\rm m} = 90 \text{ N}$



Cálculo de la potencia desarrollada por el motor.

$$P_m = F_m \times V$$

$$P_{\rm m} = 90 \times \frac{80 \times 10^3}{3600}$$

$$P_{\rm m} = 2\,000\,{\rm W}$$

 $P_{\rm m} = 2 \text{ kW}$ Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 118 (Sem. CEPRE UNI

Calcular la potencia (en W) necesaria para levantar un cuerpo de 2 kg con una aceleración de 2,5 m/s² a 2 m de altura en 2s.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 25 W

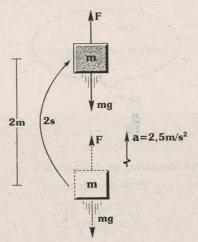
B) 12,5 W

C) 50 W

D) 75 W E) 37,5 W

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :



Para calcular la potencia, es necesario conocer la fuerza "F" que lo trasladó. Por la 2da Ley de Newton :

Del D.C.L. masa "m".

$$\Sigma \overline{F}_v = m\overline{a}$$

$$F-mg=ma$$

$$F - 2 \times 10 = 2 \times 2,5$$

$$F = 25 N$$

Cálculo de la potencia (P)

$$P_F = \frac{W_F}{t} = \frac{F \times d}{t} = \frac{25 \times 2}{2}$$

 $P_{\rm F} = 25~{\rm W}$

Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 119 (Sem. CEPRE UNI

* Halle la potencia media desarrollada por el * peso de un objeto de 1 kg desde que es sol-* tado de una altura igual a 5 m hasta que * toca el piso. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

A) 25 W

B) 50 W

C) 75 W

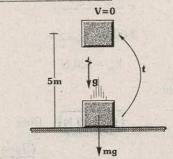
D) 100 W

E) 150 W

RESOLUCIÓN

Esbozando el movimiento desarrollado por el objeto.

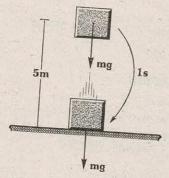
Por teoría de cinemática :



De:
$$h = \sqrt[9]{t} + \frac{1}{2}gt^2$$

$$5 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

Cálculo de la potencia desarrollada por



De:

$$P_{mg} = \frac{W_{mg}}{t} = \frac{(mg) \times d}{t}$$

$$P_{mg} = \frac{1 \times 10 \times 5}{1}$$



Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 120

CEPRE UNI

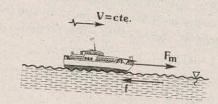
Cuando una lancha de motor se desplaza a 💠 velocidad constante la fuerza de resistencia del agua al desplazamiento del cuerpo es directamente proporcional a la velocidad. Si para mantener la velocidad de 36 km/h, 💠 desarrolla una potencia de 3 kW. ¿Qué potencia se requiere para mantener una velocidad de 72 km/h?

- A) 10 kW
- B) 8 kW
- C) 6 kW

- D) 12 kW
- E) 18 kW

RESOLUCIÓN

Según la condición del problema :



Si la lancha se mueve a V=cte

$$F_m = f$$

$$F_{m} = KV$$

Potencia desarrollada por el motor :

$$\boxed{P_m = F_m \times V}$$

$$P_{m} = (KV)V$$

$$P_{\rm m} = KV^2$$

Del dato :

Si :
$$V = 36 \frac{km}{h} <> 10 \frac{m}{s}$$

$$K \cdot 10^2 = 3000$$

Para
$$V = 72 \frac{km}{h} <> 20 \frac{m}{s}$$
 será:

$$P = 30 \times 20^2$$

P = 12 kW

Rpta.

Clave: D



PROBLEMA 121

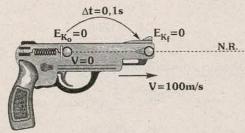
CEPRE UNI

resorte que dispara proyectiles de 50 g, + fuerza F que actúa sobre un cuerpo de las cuales alcanzan una rapidez de 100 m/s, * 50 kg, que le hace variar su velocidad de al salir del cañón en un intervalo de 0,1 s? * 16 m/s a 20 m/s en 10 s.

- A) 1 000 W
- B) 1 500 W
- C) 2 000 W
- D) 2 200 W
- E) 2 500 W

RESOLUCIÓN

m = 50q



Por teoría:

$$P_{pistola} = \frac{W_{pistola}}{\Delta t}$$

Pero:

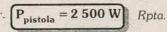
$$W_{pistola} = \Delta E_{K}$$

$$W_{pistola} = E_{K_f} - E_{K_o}$$

$$W_{\rm pistola} = \frac{1}{2} m V_{\rm f}^2$$

Luego:

$$P_{pistola} = \frac{\frac{1}{2} m V_f^2}{\Delta f} = \frac{\frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times \left(100\right)^2}{0,1} \, .$$

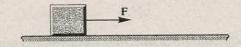


Clave: E

PROBLEMA 122

(Sem. CEPRE UNI)

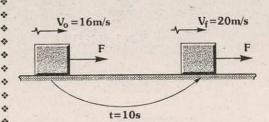
Cual debe ser la potencia de una pistola de 🛕 Cuál es la potencia desarrollada por una



- A) 160 W
- B) 320 W
- C) 180 W
- D) 360 W
- ♦ E) 500 W

* RESOLUCIÓN

La fuerza "F" aplicada al cuerpo de 50 kg le hizo variar su velocidad, diremos entonces que el trabajo de esta fuerza hizo variar la energía cinética.



$$W^F = \Delta E_K$$

$$W^F = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_o^2$$

$$W^F = \frac{1}{2} m \left(V_f^2 - V_o^2 \right)$$

$$W^F = \frac{1}{2} \times 50 \left(20^2 - 16^2\right)$$

$$W^F = 3600 J$$

La potencia de la fuerza "F" será :

$$P^F = \frac{W_F}{t} = \frac{3\ 600}{10} = 360$$

$$P^F = 360W$$

Rpta.

Clave: D

C) 3,2 kW

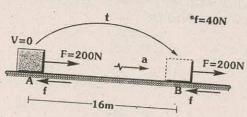
PROBLEMA 123 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de 20 kg se desplaza 16 m, a 💠 partir del reposo, debido a la acción de una fuerza horizontal constante de 200 N en un piso horizontal rugoso que produce una fuerza de fricción de 40 N. Calcule la 💠 potencia utilizada para mover el bloque.

- A) 3,6 kW
- B) 1,8 kW
- D) 1,5 kW
- E) 1,6 kW

RESOLUCIÓN

Según el problema :



Para calcular la potencia desarrollada por "F" en el tramo AB, debemos calcular el tiempo (t).

Por teoría de dinámica

El bloque acelera en la horizontal.

$$\Sigma F_{H} = m\overline{a}$$

$$F - f = ma$$

$$200 - 40 = 20a$$

$$\underline{a} = 8 \text{ m/s}^{2}$$

Por teoría de cinemática

Tramo AB:

De:

$$d = y_0^0 t + \frac{1}{2}at^2$$

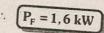
$$16 = \frac{1}{2} \times 8 \times t^2$$

$$t = 2s$$

Cálculo de la potencia de "F"

$$P_{F} = \frac{W^{F}}{t} = \frac{F \times d}{t}$$

$$P_F = \frac{200 \times 16}{2} = 1\,\,600$$

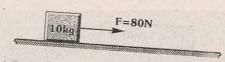


Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 124 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de 10 kg inicialmente en reposo se pone en movimiento bajo la acción de una fuerza de 80 N. Hallar la potencia desarrollada después de recorrer 100 m so-· bre la superficie lisa.

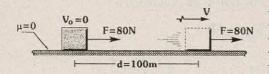


- A) 5 200 W
- B) 3 200 W
- . C) 1 600 W
- D) 1 800 W
- . E) 800 W

RESOLUCIÓN

El bloque se desliza :





Por teoría de dinámica

No hay rozamiento, luego la fuerza "F" produce la aceleración.

De:

$$80 = 10 \times a$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

Por teoría de cinemática

Evaluamos el tiempo que recorre "d".

De:

$$d = y_0^{1/2} + \frac{1}{2}at^2$$

$$100 = \frac{1}{2} \times 8 \times t^2$$

$$t = 5 s$$

Cálculo de la potencia de "F"

De :

$$P^{F} = \frac{W^{F}}{t} = \frac{F \times d}{t}$$

$$P_{\nu}^{F} = \frac{80 \times 100}{5}$$

 $P^{F} = 1600 W$

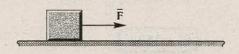
Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 125 (Sem. CEPRE UNI

La figura muestra un objeto de masa \bullet m=2 kg inicialmente en reposo sobre la superficie lisa, jalado por una fuerza $\overline{F} = F \hat{i} N$.

Si la potencia desarrollada por F durante 20 m de recorrido es $50\sqrt{2}$ W, halle F.



◆ A) 10 N

B) 20 N

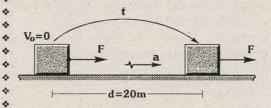
C) 30 N

D) 15 N

E) 25 N

RESOLUCIÓN

Según los datos del problema :



Por teoría de dinámica

No hay rozamiento, luego la fuerza "F" produce la aceleración.

De:

$$\overline{F}_R = m\overline{a}$$

F = ma

... (1)

Por la teoría de potencia

De:

$$P_f = \frac{W_f}{t} = \frac{F \times d}{t}$$

$$50\sqrt{2} = \frac{F \times 20}{t}$$

$$F = \frac{5}{2}\sqrt{2} t$$
 ... (II)



vamos a suponer que la potencia es la necesaria, es decir va levantando la masa de agua a rapidez constante, por tanto también la fuerza con que eleva es la misma de la fuerza de gravedad.

$$P_F = \frac{F \times d}{t} = \frac{mg \times d}{t}$$

$$P_F = \frac{18\ 000 \times 10 \times (30)}{3\ 600}$$

$$P_F = 1500 W$$

$$P_{\text{BOMBA}} = 1.5 \text{ kW}$$

Rpta.

Clave: E

Otro método

La potencia usada por la bomba hidráulica para elevar el líquido se calcula:

$$P_H = \lambda QH$$
 ... (ver pág 111)

Luego:

$$P_H = \rho \times g \times Q \times H$$

$$P_{H} = 1 \frac{kg}{\ell} \times 10 \frac{m}{s^{2}} \times \frac{18\ 000\ \ell}{3\ 600\ s} 30 \times m$$

 $P_{H} = 1500 W$

 $P_{\rm H} = 1.5 \, \rm kW$ Rpta.

PROBLEMA 128 (Sem. CEPRE UNI

El corazón humano es una bomba potente, cada día admite y descarga unos . 7 500 l de sangre. Suponga que el . trabajo que realiza es igual al requerido para levantar esa cantidad de sangre a la altura media de un hombre peruano . (1,65 m). La densidad de la sangre es de .

1 800 kg de agua; durante 1 hora (3 600 s) * 1,05×103 kg/m3. ¿Qué potencia desarrolla el corazón? $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

A) 2,5 W

C) 0,5 W

♦ D) 2,25 W

E) 3 W

RESOLUCIÓN

De los datos :

En $\Delta t = 1 \, \text{dia} = 24 \, \text{h} = 24 \times 3 \, 600 \, \text{s}$; el corazón eleva 7 500 l de sangre hasta una altura $h = 1.65 \, \text{m}$.

Se sabe $1\ell = 10^{-3} \text{ m}^3$

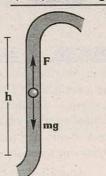
Por tanto eleva: 7,5 m3

Si la densidad de la sangre es :

$$\rho = 1.05 \times 10^3 \text{kg/m}^3$$

La masa que eleva es :

$$m = 7.5 \times 1.05 \times 10^3 \text{ kg}$$



Cálculo de la potencia media

$$P_{m} = \frac{W_{F}}{\Delta t} = \frac{mg \times h}{\Delta t}$$

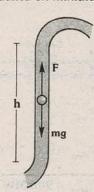
$$P_m = \frac{7,5 \!\times\! 1,05 \!\times\! 10^3 \!\times\! 10 \!\times\! 1,65}{24 \!\times\! 3\,\,600}$$

 $P_{\rm m} \approx 1.5 \, \rm W$ Rpta.

Clave: B

Otro método

El corazón humano se comporta como una bomba hidráulica en miniatura.



Luego de :

$$P_H = \lambda \times Q \times H$$

$$P_H = \rho \times g \times Q \times H$$

De los datos y recordando que $1 \ell = 10^{-3} \text{m}^3$; entonces:

$$P_{H} = 1,05 \times 10^{3} \, \frac{\text{kg}}{\text{m}^{3}} \times 10 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^{2}} \times \frac{7 \, 500 \times 10^{-3} \, \text{m}^{3}}{24 \times 3 \, 600 \, \text{s}} \times 1,65$$

$$P_{H} \approx 1.5 \text{ W}$$

Rpta.

PROBLEMA 129

CEPRE UNI

Un motor cuya eficiencia es del 45 % esta conectado a un sistema de poleas cuya eficiencia es de 60%. ¿Qué potencia habrá que suministrar al motor para que el sistema de poleas levante un bloque de 27 kg con velocidad constan

te de 18 km/h?
$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$$

A) 1 kW

B) 2 kW

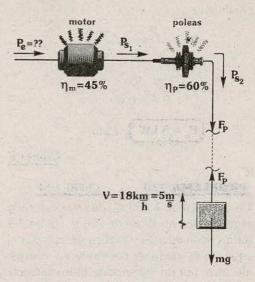
C) 3 kW

D) 4 kW

E) 5 kW

RESOLUCIÓN

Representamos esquemáticamente al motor * y las poleas.



Nos piden la potencia que ingresa al motor (P.).

La potencia (Ps.) usada para levantar el * bloque se calcula de la siguiente manera :

$$P_{s_2} = F_P \times V$$

En equilibrio : $F_p = mg$

$$F_p = mq$$

Luego:

* ٠

.

$$P_{s_2} = mgV$$

Cálculo de "Ps, " y "Pe"

De la relación de eficiencias

$$\eta_P = \frac{P_{s_2}}{P_{s_1}}$$

$$* \quad \eta_m = \frac{P_{s_1}}{P}$$

Luego:

$$\eta_{p} \times \eta_{m} = \frac{P_{s_{2}}}{P_{s_{1}}} \times \frac{P_{s_{1}}}{P_{e}} = \frac{P_{s_{2}}}{P_{e}}$$



Finalmente:

$$P_e = \frac{P_{s_2}}{\eta_P \times \eta_m} = \frac{mgV}{\eta_P \times \eta_m}$$

$$P_e = \frac{27 \times 10 \times 5}{0.45 \times 0.60} = 5\ 000$$

$$\therefore \boxed{P_e = 5 \text{ kW}} Rpta.$$

PROBLEMA 130

CEPRE UNI

Un volumen de 1 200 m³ de agua cae cada segundo de una altura de 100 m. Si las 3/4 partes de la energía cinética ganada por el agua en la caída se convierte en energía eléctrica por un generador hidroeléctrico. . ¿Qué potencia proporciona el generador?

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 600 MW

B) 900 KW

C) 600 KW

D) 900 MW

E) 1 200 KW

RESOLUCIÓN

Cuando la masa de agua cae de una altura H; la energía potencial se transforma en cinética, la que hace posible que gire la tur-

Esta última conectada al generador hace que se genere la energía eléctrica.

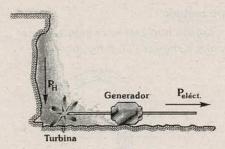
La potencia hidráulica que tiene un volumen de agua que cae será :

$$P_{H} = \gamma Q H = \rho \times g \times Q \times H = \rho \times g \times \frac{vol.}{t} \times H$$

De los datos :

$$P_{H} = 10^{3} \times 10 \times \frac{1200}{1} \times 100$$

$$P_H = 12 \times 10^8 \, W$$



Clave: E Por dato: $P_{\text{eléct.}} = \frac{3}{4} P_{\text{H}}$

 $P_{elect.} = 900 \times 10^6 W$

 $P_{el\acute{e}ct.} = 900 MW$

Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 131

CEPRE UNI

Sobre un bloque de 5 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal lisa · se aplica una fuerza también horizontal de * 10 N. Halle la potencia media desarrollada por la fuerza durante los 3 primeros segundos y la potencia instantánea en t=2s.

A) 10 W; 20 W

B) 20 W; 30 W

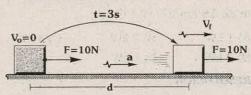
. C) 30 W: 40 W

D) 25 W: 50 W

E) 40 W: 60 W

RESOLUCIÓN

1. Cálculo de la potencia desarrollada durante t=3s.



La fuerza "F" es quien produce la aceleración horizontal.

De la 2da Ley de Newton :

$$\overline{F}_R = m\overline{a}$$

F=ma

$$10 = 5 \times a$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de la velocidad "V_f"

Por teoría de cinemática.

$$V_f = V_o + at$$

$$V_f = 2 \times 3$$

$$V_f = 6 \text{ m/s}$$

La potencia media desarrollada será :

$$P_{med.} = F \times V_{med.}$$

$$P_{\text{med.}} = F \times \left(\frac{V_o + V_f}{2} \right)$$

$$P_{\text{med.}} = 10 \times \left(\frac{0+6}{2}\right)$$

$$P_{\text{med.}} = 30W$$

Rpta. (I)

II. Cálculo de la potencia instantánea en t=2s

Por teoría de cinemática (en t=2s)

De :

$$V_f = V_o + at$$

$$V_{\ell} = 2 \times 2$$

$$V_f = 4 \text{ m/s}$$

La potencia instantánea se calcula :

$$P_i = F \times V_f$$

$$P_i = 10 \times 4$$

$$\therefore \boxed{P_i = 40W} Rpta. (II)$$

Clave: C

PROBLEMA 132 (Sem. CEPRE UNI

Hallar la máxima potencia instantánea (en kW) que se requiere para elevar verticalmente un bloque de 100 kg con una aceleración de 3 m/s² durante 5 s. Si inicialmente el bloque se encuentra en reposo. ¿Cuál es la potencia media (en kW) utilizada? (g=10 m/s²)

A) 5,90; 2,95

B) 9,50; 4,75

C) 15,90; 7,95

D) 19,50; 9,75

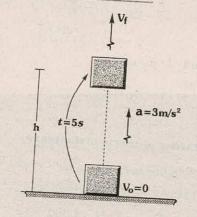
E) 23,00; 11,50

RESOLUCIÓN

* De:

Según los datos del problema.

Por la teoría de cinemática



$$h = V_o t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

Por dinámica en el eje "X":

$$\sum \overline{F}_x = m \overline{a}$$

F-mg sen 30°=ma

$$100 - 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10a$$

 $a = 5 \text{ m/s}^2$

Por teoría de cinemática :

El bloque parte del reposo y recorre d=10 m.

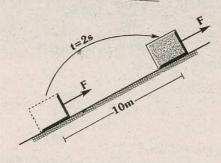
De:

$$d = \sqrt[9]{t + \frac{1}{2}at^2}$$

$$10 = \frac{1}{2} \times 5 \times t^2$$

$$t = 2s$$

Cálculo de la potencia "F"



$$P_F = \frac{W_F}{t} = \frac{F \times d}{t}$$

$$P_F = \frac{100 \times 10}{2}$$

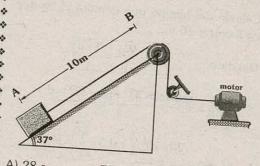
$$P_{\rm F} = 500W$$

Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 134 (Sem. CEPRE UNI

La potencia de un motor es 60 watts. Establecer el tiempo necesario para trasladar a velocidad constante un cuerpo de 20 kg, desde el punto A hasta otro distante 10 m. Si el coeficiente de fricción entre el cuerpo y la rampa es 0,3.



- A) 28 s
- B) 14 s

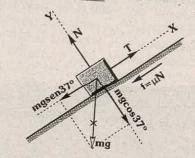
C) 20 s

- D) 32 s
- E) 10 s

RESOLUCIÓN

La potencia del motor será la potencia usada por la tensión de la cuerda en trasladar al bloque la distancia de 10 m.

Del D.C.L. al bloque :



El cuerpo sube a V=cte.

• Hay equilibrio : $\Sigma \overline{F}_y = \overline{0}$

 $N = mg \cos 37^{\circ}$



$$\Sigma \overline{F}_{\kappa} = \overline{0}$$

 $T = mg sen 37^{\circ} + \mu N$

 $T = mg sen 37^{\circ} + \mu mg cos 37^{\circ}$

$$T = mg (sen 37^{\circ} + \mu cos 37^{\circ})$$

Cálculo del tiempo que demora el bloque en recorrer 10 m.

Del dato:

$$P_{M} = \frac{W_{M}}{t} = \frac{T \times d}{t}$$

$$P_{M} = \frac{mg \left(sen 37^{\circ} + \mu cos 37^{\circ}\right) \times d}{t}$$

$$60 = \frac{20 \times 10 \left(\frac{3}{5} + 0, 3 \times \frac{4}{5}\right) \times 10}{t}$$

Resolviendo:



Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 135 (Sem. CEPRE UNI

Un automóvil de 1 600 N de peso recorre en 8 horas 160 km sobre una carretera de rampa ascendente (desnivel de 400 m), a velocidad constante. La resistencia al avance del automóvil es de 2 N/kg y se conoce que los mecanismos del automóvil absorben el 40 % de la potencia total. ¿Cuál es la potencia desarrollada por el

motor?
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 1 kW

B) 2 kW

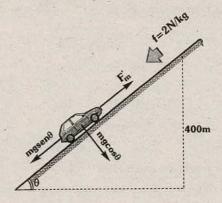
C) 3 kW

D) 4 kW

E) 5 kW

RESOLUCIÓN

Cuando el automóvil sube por la rampa.



Por dato:

El 60 % de la potencia del motor es usado para vencer las siguientes fuerzas :

- La componente del peso : mg sen θ

- La fuerza"f".

El automóvil pesa 1 600 N, si g=10 m/s2 entonces su masa será:

$$m = \frac{1600}{10} = 160 \text{ kg}$$

Luego :
$$f = \frac{2N}{kg} \times 160 \text{ kg} = 320 \text{ N}$$

También:

mg sen
$$\theta = 1.600 \times \frac{400}{160 \times 10^3} = 4N$$

La fuerza total a vencer es: 324 N

Para vencer esta fuerza, usa la potencia :

$$60\% P_m = F_{total} \times V$$

$$\frac{60}{100}P_m = 324 \times \frac{160 \times 10^3}{8 \times 3600}$$

$$P_{m} = 3000W$$

$$\therefore \left(P_{m} = 3 \text{ kW} \right) \text{ Rpta.}$$

Clave: C

PROBLEMA 136

CEPRE UNI

Con 15 kW se mueve un vehículo de 1000 kg con una rapidez constante de 36 km/h 💠 sobre una pista horizontal.

- i) ¿Cuál es la fuerza retardadora?
- ii) ¿Qué potencia necesita el vehículo para subir a 36 km/h sobre una pista de las • mismas características que la horizontal • y que forma un ángulo de 30° con la horizontal?
- * Considere que la fuerza retardadora se debe a la fuerza de rozamiento por deslizamiento.

A) 1 500 N; 50 kW B) 2 500 N; 23 kW

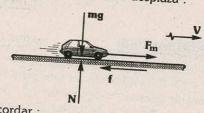
C) 3 000 N; 63 kW D) 2 500 N; 23 kW

E) 1 500 N; 63 kW

RESOLUCIÓN

Caso I

Mientras el automóvil se desplaza :



Recordar:

$$V = 36 \text{ km/h} <> 10 \text{ m/s}$$

La potencia del automóvil será :

$$P = F_m \cdot V$$

$$15\ 000 = F_{\rm m} \cdot 10$$

$$F_{\rm m} = 1500 \, \text{N}$$

Si el automóvil se muve a velocidad constante; entonces si "f" es la fuerza retardadora:

$$f=F_{m\cdot}$$

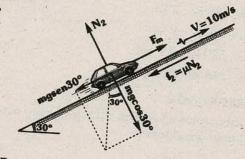
= 15001

Rpta.

Recuerde también :

$$f = \mu N = \mu \times mg$$

Caso II



En equilibrio, si sube a V=cte, entonces :

$$F_{\rm m} = f_2 + {\rm mg \ sen \ 30^o}$$

$$F_m = \mu mg \cos 30^{\circ} + mg \sin 30^{\circ}$$

La potencia del motor será :

$$P_m = F_m \cdot V$$

$$P_m = (\mu \cdot mg \cos 30^\circ + mg \sin 30^\circ) \cdot V$$

$$P_{\rm m} = \left(1500 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 10^3 \times 10 \times \frac{1}{2}\right) 10$$

Resolviendo:

$$P_{\rm m} \approx 63 \text{ kW}$$
 Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 137

CEPRE UNI

Los perros que impulsan un trineo a velocidad constante desarrollan una potencia de



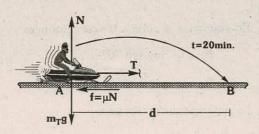
480 W. El trineo tiene una masa de 20 kg, el esquimal que viaja sobre el trineo pesa 60 kg, y el coeficiente de rozamiento entre el trineo y el hielo es 0,2. Determinar el trabajo realizado por el trineo si se desplaza durante 20 minutos; evalúe además dicho

desplazamiento. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 576 kJ; 3,6 km
- B) 576 kJ; 2 km
- C) 520 kJ; 2 km
- D) 520 kJ; 3,6 km
- E) 256 kJ; 6,3 km

RESOLUCIÓN

Esbocemos un gráfico del movimiento realizado por el trineo.



- $* m_T = (20 + 60) \text{ kg}$
- $*g = 10 \text{ m/s}^2$
- $* t = (20 \times 60) s$
- * T : Fuerza con que jalan los perros.

Cálculo del trabajo realizado por el trineo

De :

$$P_T = \frac{W^T}{t}$$

$$480 = \frac{W^T}{20 \times 60}$$

$$W^{T} = 57 6000$$

 $\mathbf{W}^{\mathsf{T}} = 576 \; \mathbf{kJ}$

Rpta. (I)

Cálculo del desplazamiento (d)

El trineo se mueve a V=cte entonces

En el equilibrio:

$$T=f=\mu N\,$$

$$T = \mu \times m_T \cdot g$$

El trabajo del trineo (o la tensión) será:

$$W^T = T \times d$$

$$W^T = \mu m_T g \times d$$

 $576\ 000 = 0,2 \times 80 \times 10 \times d$

Luego:

d = 3,6 km

Rpta. (II)

Clave: A

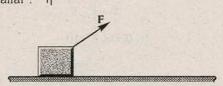
PROBLEMA 138

CEPRE UNI)

Una fuerza $\vec{F} = (8\hat{i} + 6\hat{j})N$ se aplica a un bloque de 0,8 kg que está en una pista horizontal de coeficiente de fricción 0,2. Si definimos la eficiencia de traslación como :

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{absorbida}}} \times 100$$

Hallar: "n"

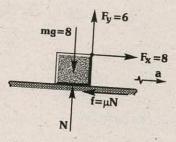


- A) 20 %
- B) 60 %
- C) 90 %

- D) 95 %
- E) 98 %

RESOLUCIÓN

Cuando hacemos el D.C.L. al bloque notamos:



* En la vertical (Hay equilibrio)

$$\Sigma \overline{F}_{v} = \overline{0}$$

$$N + 6 = 8$$

$$N=2$$

También:

$$f = \mu N$$

$$f = 0,2 \times 2$$

$$f = 0,4$$

Podemos notar :

El bloque acelera a la derecha, la fricción hace perder parte de la potencia generada • por la fuerza Fx .

Siendo F_R : la fuerza resultante.

$$\text{De}: \quad \eta = \frac{P_{\acute{u}til}}{P_{absorv.}} \times 100 = \frac{F_R \times d}{F_x \times d} F_R \times 100$$

$$\eta = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{absorv.}}} \times 100 = \frac{\left(F_{\text{R}} \times f\right)}{F_{\text{x}}} \times 100$$

$$\eta = \frac{\left(8 - 0, 4\right)}{8} \times 100$$

$$\therefore \boxed{\eta = 95\%} \quad Rpta.$$

Clave: D

(Sem. CEPRE UNI)

· Sobre un bloque de 1,5 kg, inicialmente moviéndose con 80 î m/s actúa una fuerza de $(12\hat{i}+5\hat{j})N$ durante 20 s. Si el bloque sólo puede moverse a lo largo del eje X, halle la potencia entregada al bloque. (Desprecie fricción)

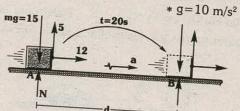
- A) 1800 W
- B) 3200 W
- C) 1920 W

- D) 650 W
- E) 960 W

RESOLUCIÓN

Haciendo D.C.L. al bloque :

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



La fuerza horizontal es quien produce la aceleración :

De:

$$\overline{F}_R = m\overline{a}$$

$$12 = 1,5 \times a$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

Por teoría de cinemática, tramo AB.

De:
$$d = V_0 t + \frac{a \times t^2}{2}$$

$$d = 80 \times 20 + \frac{1}{2} \times 8 \times 20^2$$

$$d = 3200 \text{ m}$$

Cálculo de la potencia entregada al bloque

De:

$$P = F \times V_m = F \times \frac{d}{t}$$



$$P = 12 \times \frac{3200}{20}$$



Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 140 (Sem. CEPRE UNI

El carrito de la figura, de 3 kg de masa, se desplaza sobre una superficie horizontal lisa con una velocidad $\overline{V}_1 = -10 \ \hat{i} \ \text{m/s}$. En t=0 s se le aplica una fuerza $\overline{F} = \overline{F} \ \hat{i}$ (en N) constante y la acción de esta fuerza demora 30 s. Al término de los cuales la velocidad del carrito es $V_2 = 50 \ \hat{i} \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Determine la potencia (en W) desarrollada por la fuerza.



A) 60

B) 180

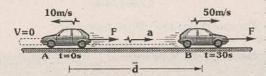
C) 120

D) 300

E) 160

RESOLUCIÓN

Esbozando el gráfico de acuerdo a la condición del problema.



Por teoría de cinemática:

De:
$$\begin{aligned} \overline{\overline{V}_f} &= \overline{V}_o + \overline{a} \, t \\ 50i &= -10 \, \hat{i} + \overline{a} \times 30 \\ \overline{a} &= 2 \hat{i} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{a=2 \, \text{m/s}^2}$$

De:
$$\overline{d} = \overline{V}_{o}t + \frac{1}{2}\overline{a}t^{2}$$

$$\overline{d} = -10\hat{i} \times 30 + \frac{1}{2} \times 2\hat{i} \times 30^{2}$$

$$\overline{d} = 600\hat{i}$$

$$\Rightarrow \underline{d} = 600 \text{ m}$$

Por teoría de dinámica:

De :
$$\overline{\overline{F}}_R = m\overline{a}$$

F = ma

 $F = 3 \times 2$

 \Rightarrow F = 6N

Cálculo de la potencia de "F"

$$P^{F} = \frac{W^{F}}{t} = \frac{F \times d}{t}$$

$$P^F = \frac{6 \times 600}{30}$$

$$\therefore P^F = 120W$$

Rpta.

Clave: C

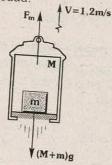
PROBLEMA 141 (Sem. CEPRE UNI

Un ascensor de 900 kg puede llevar una carga máxima de 500 kg y debe subir con una velocidad de 1,2 m/s. Determine la potencia del motor necesario para elevar el ascensor si por seguridad la potencia debe ser 50 % mayor que el valor calculado. $(g=10 \text{ m/s}^2)$

- A) 12,8 kW
- B) 16,8 kW C) 18,6 kW
- ♦ D) 24,6 kW
- E) 25,2 kW

RESOLUCIÓN -

La potencia necesaria del motor, significa que la fuerza debe ser la necesaria para vencer la gravedad.



Datos:

$$M = 900 \text{ kg}$$
 ; $m = 500 \text{ kg}$

Si sube a velocidad constante :

$$F_{m} = (M + m)g$$

$$F_{m} = (900 + 500) \times 10$$

$$F_{m} = 14 000 N$$

Cálculo de la potencia del motor

$$\boxed{P_m = F_m \times V}$$

$$P_{\rm m} = 14~000 \times 1.2$$

$$P_{\rm m} = 16.800 \text{W}$$

Si por seguridad elegimos un motor de * 50 % más de capacidad, entonces este

$$P_{m}^{'} = 150\% P_{m}$$

$$P_{\rm m} = \frac{150}{100} \times (16.800)$$

$$P_{\rm m}^{'} = 25\ 200W$$

$$P_{\rm m}=25,2~{\rm kW}$$

PROBLEMA 142 (Sem. CEPRE UN)

Un ascensor tiene un peso de 500 N cuando está vacío y puede transportar hasta 10 pasajeros desde el primer piso al 15vo piso de un edificio, en un intervalo de 20 s. Si el peso promedio de una persona es de 700 N y la distancia entre pisos es 3,5 m. ¿Cuál

 es la potencia media mínima (en kW) que debe proporcionar el motor del ascensor?

. A) 12 354 W

B) 6 586 W

C) 18 375W

D) 12 543 W

E) 6 572 W

RESOLUCIÓN

Según los datos del problema :

- Peso del ascensor es 500 N.

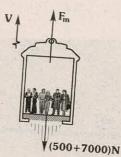
- Transporta 10 pasajeros de 700 N cada pasajero; entonces el peso de pasajeros será 7 000 N.

Entre piso y piso hay 3,5 cm, entonces desde el primer piso hasta el 15vo piso habrá una distancia :

$$d = 3.5 \times 14$$

$$d = 49 \text{ m}$$

- El tiempo que demora en subir es : t = 20 s.



La potencia media mínima será cuando suba a V=cte.



$$F_{m} = P_{total}$$

$$F_{\rm m} = 7.500 \, \text{N}$$

La potencia media mínima será:

$$P_{med.} = F_{motor} \times V = F_m \times \frac{d}{t}$$

$$P_{\text{med.}} = 7.500 \times \frac{49}{20}$$

$$P_{\rm med.} = 18\,375\,\rm W$$

Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 143 (Sem. CEPRE UNI

Una pelota de 2 kg de masa se lanza con velocidad inicial $\overline{V}_o = (50\hat{i} + 120\hat{j}) \text{ m/s}$. Calcular la potencia perdida por la pelota debido a su peso en los dos primeros segundos después de su lanzamiento.

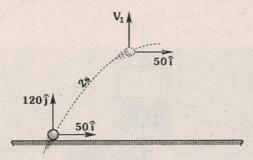
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 1,2 kW
- B) 2,2 kW
- C) 3,2 kW

- D) 4,2 kW
- E) 5,2 kW

RESOLUCIÓN

La pelota en su movimiento sigue la trayectoria parabólica.



En la vertical (MVCL):

La velocidad "V₁" se calcula de :

$$V_f = V_o - gt$$

$$V_1 = 120 - 10 \times 2$$

$$V_1 = 100 \text{ m/s}$$

Cálculo del trabajo del peso en t=2s

A medida que se eleva pierde energía cinética pero gana energía potencial, luego podemos decir :

$$W^{mg} = \Delta E_K = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_o^2$$

$$W_{c}^{mg} = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_o^2)$$

$$W^{mg} = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(100^2 - 120^2\right)$$

$$W_{\underline{}}^{mg} = -4 400 J$$

Cálculo de potencia perdida (P_p) debido al peso

$$P_p = \frac{|W^{mg}|}{t} = \frac{4\ 400}{2}$$

$$P_p = 2200 W$$

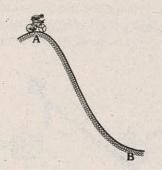
Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 144

La masa de la motocicleta y del conductor juntos es 250 kg. Si parte del reposo en A y llega hacia B con 20 m/s. Calcular (en W) la potencia media desarrollada por la fuerza gravitacional si el desplazamiento demora 50 minutos.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



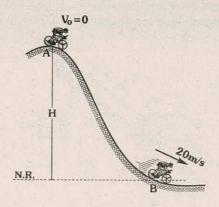
- A) 100 D) 50
- B) 16,7

C) 66,7

E) 25

RESOLUCIÓN

Para calcular la potencia, evaluamos el trabajo; para el cálculo del trabajo de la fuerza de gravedad es necesario conocer su desplazamiento vertical.



Por conservación de E_M

$$\left[E_{M_{A}}=E_{M_{B}}\right]$$

$$E_{K_A}^{O}$$
 + E_{P_A} = E_{K_B} + $E_{P_B}^{O}$

$$mgH = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$H = \frac{20^2}{2 \times 10}$$

$$H = 20 \text{ m}$$

Cálculo del trabajo realizado por el peso.

$$W^{mg} = mg \times H$$

$$W^{mg} = 250 \times 10 \times 20$$

$$W^{mg} = 50\ 000J$$

La Potencia media de la fuerza de gravedad es :

$$P^{mg} = \frac{W^{mg}}{t} = \frac{50\ 000}{50 \times 60} = 16,67$$

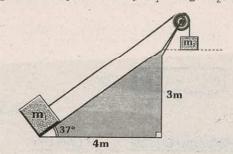
$$P^{mg} \approx 16,67 \text{ W}$$

Rpta.

Clave: B

PROBLEMA 145

Hallar la potencia desarrollada por la fuerza de gravedad sobre el sistema si m_2 llega al piso en 1 s. Considerar la rampa lisa y $g=10 \text{ m/s}^2$, polea ideal y $m_1=1 \text{ kg}=m_2/2$.



- A) 12 W
- B) 22 W
- C) 32 W
- D) 42 W
- E) 52 W

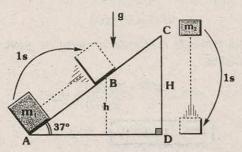


RESOLUCIÓN

La potencia desarrollada por la fuerza de gravedad sobre el sistema, significa la suma de potencias desarrolladas sobre cada una de las masas.

Cuando m_2 baja H=3 m, m_1 avanza 3 m, la altura que sube es h=3 sen 37° .

Recuerde: para calcular el trabajo del peso, evaluamos sus desplazamientos verticales.



- * m₂ desarrolla trabajo positivo.
- * m₁ desarrolla trabajo negativo.

$$\boxed{P^{NETA} = P_{AB}^{m_1g} + P_{CD}^{m_2g}}$$

$$P^{NETA} = \frac{m_1 g \times \left(-h\right)}{t} + \frac{m_2 g \times H}{t}$$

$$P^{\text{NETA}} = \frac{1 \! \times \! 10 \! \times \! \left(-3 \! \times \! 3/5\right)}{1} \! + \! \frac{2 \! \times \! 10 \! \times \! 3}{1}$$

PNETA = 42 W Rpta.

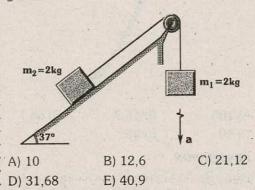
Clave: D

PROBLEMA 146

CEPRE UNI

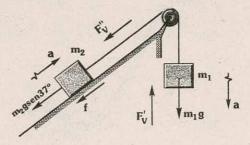
A partir del reposo, el sistema de bloques de la figura se mueve con una aceleración de $1,2 \text{ m/s}^2$, estando m_2 sobre un plano inclinado de coeficiente cinético de fricción

 $\mu=0,2$. Hallar la potencia media (en W) desarrollada por la fuerza que la cuerda ejerce sobre $\ m_2$ durante los dos primeros segundos.



RESOLUCIÓN

De los datos del problema y aplicando la regla de atwood evaluemos si hay fuerzas adicionales a los de gravedad y fricción sobre el sistema.



- $* F_{v} + F_{v} = F_{v}$
- * $f = \mu N = \mu m_2 g \cos 37^{\circ}$

Por la regla de atwood.

$$a = \frac{\sum_{D.M.}^{F} - \sum_{D.O.M.}^{F}}{\sum_{total}^{m}}$$

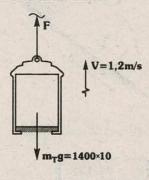
$$a = 1, 2 = \frac{m_1 g - m_2 g \ sen 37^o - \mu \ m_2 g \ cos 37^o - F_v}{m_1 + m_2}$$



RESOLUCIÓN

Según datos : masa del elevador=900 kg y masa de la carga : 500 kg.

La potencia usada debe ser :



$$P_u = F \times V$$

Pero:

$$F = m_T g$$

$$P_u = 1400 \times 10 \times 1,2$$

$$P_{\rm u} = 16\,800\,{\rm W}$$

La potencia disponible será:

$$P_{disip.} = 1,5P_{u} = 15 \times 16800$$

Agregando el contrapeso 1 000 kg :

La potencia que genera estos 1 000 kg es :

$$P' = mg \times V$$

$$P' = 1000 \times 10 \times 1,2$$

Finalmente:

La potencia disponible puede reducirse hasta:

$$P'_{disip.} = 25 \ 200 - 12 \ 000$$

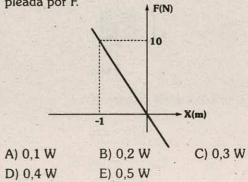
$$P'_{disip.} = 13 \ 200$$

Rpta.

Clave: A

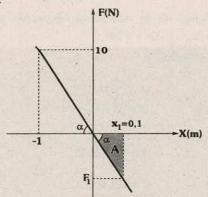
PROBLEMA 148 (Sem. CEPRE UNI

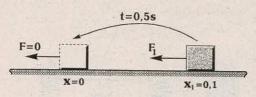
Una fuerza aplicada sobre una partícula está dada por el gráfico adjunto. Si el punto de aplicación de F se desplaza desde $x_1=0.1$ m, hasta $x_2=0$ m en un tiempo igual a 0.5 s, hallar la potencia media empleada por F.



RESOLUCIÓN

Físicamente el trabajo realizado por "F" es:





Cálculo de "F,"

En el gráfico : tg
$$\alpha = \frac{10}{1} = \frac{F_1}{0,1}$$
 .
$$\underline{F_1} = 1N$$

Cálculo del trabajo de "F"

El trabajo de la fuerza variable se evalúa con el área.

$$W^F = \text{área} = \frac{1 \times 0.1}{2}$$

Cálculo de la potencia de "F"

$$P^{F} = \frac{W^{F}}{t} = \frac{\left(\frac{1 \times 0, 1}{2}\right)}{0,05}$$

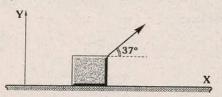


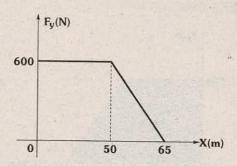
- Rpta.

Clave: A

PROBLEMA 149 (Sem. CEPRE UNI

Sobre un bloque de 200 kg se aplica una fuerza variable tal que la variación de la componente vertical de la fuerza (F_v) con . la posición es la que se muestra en la figu- . La fuerza "Fx" varía según la posición "x" ra. ¿Cuál es la potencia desarrollada si el bloque recorre 65 m en 8 s?





A) 11 500 W

B) 4 600 W

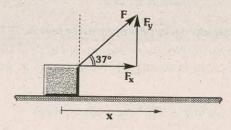
C) 3 520 W

D) 2 470 W

. E) 5 750 W

RESOLUCIÓN

 Las fuerzas "Fx" y "Fy" están relacionados por :



$$ctg37^{\circ} = \frac{F_x}{F_y}$$

$$F_{x} = \frac{4}{3}F_{y}$$

Es decir :

· por la relación anterior.

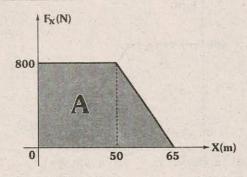
Si
$$x=0$$
; $F_x = \frac{4}{3} \times 600 = 800$
 $x=50$; $F_x = 800$
 $x=65$; $x=65$;

$$x=50$$
 ; $F_x = 800$

$$x = 65$$
; $F_x = 0$



Su gráfica será



El trabajo de "Fx" en los 65 m será:

$$W^{F_X} = \text{área} = \left(\frac{65 + 50}{2}\right) \times 800$$

$$W^{F_X} = 46\ 000\ J$$

Cálculo de la potencia de la fuerza "F"

Como el bloque desliza en el eje X, el trabajo de la fuerza "F" es el realizado por " $F_{\rm x}$ ".

* La fuerza "F_y" no realiza trabajo.

Luego:

$$P^F = \frac{W^F}{t} = \frac{W^{F_x}}{t}$$

$$P^F = \frac{46\ 000}{8}$$

Clave: E

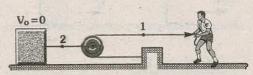
PROBLEMA 150

(Sem. CEPRE UNI)

Calcular la potencia que realizará el hombre el jalar durante 5 min. el bloque de granito de 3 000 N que inicialmente estaba en reposo una distancia de 5 m sobre una su-

perficie rugosa ($\mu_k = 0.4$)

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



- A) 10 W
- B) 20 W
- C) 30 W

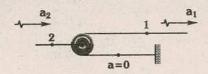
- D) 40 W
- E) 50 W

RESOLUCIÓN

Método I

Para calcular la potencia que genera la persona es necesario conocer la tensión de la cuerda y la longitud de cuerda que logró jalar.

Análisis en la polea móvil :



Relación de aceleraciones :

De:

$$a_2=\frac{a_1+0}{2}$$

$$a_1 = 2a_2$$

A partir de esta relación :

$$d_1 = 2d_2$$

d : distancia recorrida por la cuerda

Por dato :

$$d_2 = 5 \text{ m}$$

$$\therefore d_1 = 10 \text{ m}$$



Por cinemática:

$$d = y_o^0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{2d}{t^2}$$

Por dinámica:

$$\Sigma \overline{F}_v = \overline{0}$$

$$N=mg$$

$$\Sigma \overline{F}_H = m \overline{a}$$

$$T - \mu N = ma$$

$$T - \mu \times mg = m \times \frac{2d}{t^2}$$

Reemplazando valores :

$$T - 0.4 \times 3000 = 300 \times \frac{2 \times 5}{(300)^2}$$

$$T = 1200,033 N$$

Cálculo de la potencia

$$P_{T} = \frac{T \times d}{t}$$

$$P_{T} = \frac{1200,033 \times 5}{300}$$

Rpta.

Clave: B



MISCELÁNDA

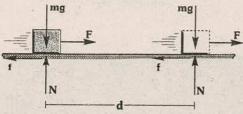
PROBLEMA 151 (Sem. CEPRE UNI

Con respecto al trabajo realizado por una fuerza se dan las siguientes proposiciones. Escoja aquella que es incorrecta.

- A) El trabajo hecho por una fuerza que tiene dirección perpendicular a la dirección del desplazamiento siempre es cero.
- B) El trabajo puede ser positivo, nulo o negativo.
- En un desplazamiento a velocidad constante, el trabajo hecho por la fuerza resultante es cero.
- D) El trabajo hecho por una fuerza de rozamiento es negativo.
- El trabajo hecho por una fuerza de rozamiento no depende de la masa del cuerpo.

RESOLUCIÓN

Supongamos un bloque se está moviendo por una superficie áspera debido a la fuerza "F".



Proposición A

... Verdadera (V)

En la figura, el trabajo de la normal y la fuerza de gravedad es nulo; porque son fuerzas que no transmiten movimiento.

$$W^{mg} = 0$$

$$W^N = 0$$

Proposición B

... Verdadera (V)

Por teoría :

 $W^F = F \cdot d$... (Trabajo positivo)

 $W^F = -f \cdot d$... (Trabajo negativo)

 $W^N = 0$... (Trabajo nulo)

 $W^{mg} = 0$... (Trabajo nulo)

Proposición C

... Verdadera (V)

Si la velocidad es constante la fuerza resultante es nula; es decir : F=f

$$W^{resultante} = W^F + W^f + W^N + W^{mg}$$

 $W^{resultante} = F \cdot d + (-f \cdot d)$

$$W^{resultante} = (P - f)d$$

 $W^{resultante} = 0$

Proposición D

... Verdadera (V)

$$W^f = -f \cdot d$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento siempre es negativo.

Proposición E

... Falsa (F)

En la figura : $W^f = -f \cdot d = -\mu \cdot N \cdot d$

$$W^f = -\mu mgd$$

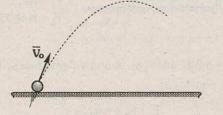
Cuando un bloque desliza, el trabajo de la fuerza de rozamiento depende de la masa.

Clave: E



PROBLEMA 154 (Sem. CEPRE UNI 2003-I)

La partícula de masa m=0.1 kg se disipa en t=0 s con una velocidad $\overline{V}_o=\left(80\hat{i}+80\hat{j}\right)$ en m/s. Determine su energía cinética (en J) en el instante t=6 s; asuma g=10 m/s².



- A) 160 J
- B) 320 J
- C) 640 J

- D) 340 J
- E) 240 J

RESOLUCIÓN

Por la teoría del movimiento parabólico de caída libre :

En la horizontal (MRU)

La componente horizontal de la velocidad será en todo momento :

$$V_H = 80 \hat{i} \frac{m}{s}$$

En la vertical (MVCL)

La partícula en la vertical $\left(\sin g = \frac{10 \text{ m/s}}{1\text{s}}\right)$ en cada segundo su rapidez cambia en 10 m/s. Concluímos en t = 6s, su rapidez vertical se-

$$rá: V_1 = 80 - 60 = 20 \text{ m/s}$$

En el gráfico : $V_{I}=20\text{m/s}$ $B \quad V_{H}=80\text{m/s}$ V=80m/s $V_{H}=80\text{m/s}$

En "B" su rapidez será:

$$V = \sqrt{80^2 + 20^2}$$

La energía cinética será:

$$E_{K_B} = \frac{1}{2} \cdot mV^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.1 \times \left(80^2 + 20^2\right)$$

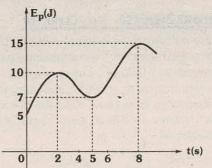
$$E_{K_B} = 340J$$

Rpta.

Clave: D

PROBLEMA 155 (Sem. CEPRE UNI

Una partícula material que se mueve en un campo de fuerzas conservativo, posee una energía mecánica E=20 J en el instante t=2 segundos. La gráfica para su energía potencial en función del tiempo "t" es:



Determine la combinación de proposiciones
 verdaderas (V) y falsas (F) en el orden co rrespondiente.

- i) La partícula en todo momento está cambiando de velocidad.
- ii) En el intervalo de tiempo 1s a 2s el módulo de la velocidad disminuye.
- iii) En t=8s presenta menor energía cinética.
- iv) La potencia desarrollada sobre la partícula en el intervalo de tiempo de 2s a 5s es $\frac{5}{3}W$.

A) FVVF

B) VVVF

C) FVFV

D) VFVF

E) VFFF

RESOLUCIÓN

Por teoría se sabe :

$$\boxed{E_{M} = E_{K} + Ep} \qquad ... (I)$$

También, cuando el campo de fuerzas que actúa sobre el cuerpo es conservativo; cumple :

$$E_{M} = cte$$
 ... (II)

Proposición i

.. Verdadera (V)

En el gráfico estamos notando que la energía potencial está cambiando permanentemente en el tiempo.

De las ecuaciones (I) y (II) :

Si:
$$E_K + E_p = 20$$

Notamos:

La energía cinética también varía en el tiempo, por tanto también su velocidad.

$$\left(E_K = \frac{1}{2}mV^2\right)$$

Proposición ii

... Verdadera (V)

En el gráfico se observa de t=1s a t=2s la • energía potencial aumenta; luego para que • la energía mecánica sea constante, entonces la energía cinética debe disminuir por tanto también su rapidez.

$$20 = E_K + E_p \uparrow$$

Proposición iii ... Verdadera (V)

En t=8 la energía potencial es mayor; por tanto tiene la menor energía cinética.

$$\downarrow E_{K} + E_{p} \uparrow = 20$$

Proposición iv

... Falsa (F)

En el intervalo de t=2 a t=5 la energía potencial disminuye; sabiendo : $E_M = cte$ y $E_M = E_K + Ep$; entonces :

$$\begin{split} E_{K_f} + Ep_f &= E_{K_o} + Ep_o \\ \Delta E_K + \Delta Ep &= 0 \\ \Delta E_K &= -\Delta Ep \end{split}$$

La potencia total se determina :

$$P = \frac{W^{total}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_K}{\Delta t} = \frac{-\Delta E p}{\Delta t}$$

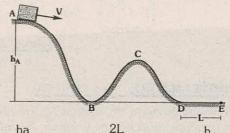
En el gráfico : $P = \frac{-(7-10)}{5-2} = 1$

P = 1W Rpta.

Clave:B

PROBLEMA 156 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque partiendo del reposo desde el punto "A" se desliza sobre un riel como se indica en la figura. En el tramo desde "A" hasta "D" no existe fricción entre el bloque y el riel. El bloque se detiene en el punto "E" debido a que existe fricción en el tramo DE. Calcular el coeficiente de fricción cinético.



A) $\frac{\text{ha}}{2\text{L}}$

B) $\frac{2L}{h}$

C) $\frac{h_A}{L}$

D) $\frac{L}{h_0}$

E) $\frac{h_A \cdot L}{h_A + L}$



RESOLUCIÓN

Por condición del problema :

 En el trayecto ABCD no hay fricción; eso significa que la energía mecánica se conserva.

$$E_{M_D} = E_{M_A}$$
 ... (I)

 En el tramo DE, al existir rozamiento, el trabajo de la fuerza de rozamiento hizo que en el punto "E" su energía mecánica sea cero.

Es decir:

$$E_{M_D} = E_{M_E}^{O} + \left| W^F \right|$$

De (I) se concluye :

$$E_{M_A} = |W^f|$$

$$mgh_A = f \cdot L$$

$$mgh_A = \mu \times N \times L$$

Pero: N=mg, entonces:

$$mgh_{\Delta} = \mu \cdot mg \cdot L$$

Simplificando:

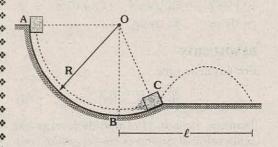
$$\boxed{\mu = \frac{h_A}{L}}$$

Rpta.

Clave: C

PROBLEMA 157 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de masa "m" desliza sin fricción por la rampa mostrada en la figura. Si parte del reposo en A y el ángulo AOB = 90° ; ángulo AOC= 120° ; entonces la distancia ℓ es :

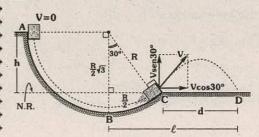


- A) R
- B) $\frac{3R}{2}$
- C) 2R

- D) $\frac{5R}{2}$
- E) 3R

RESOLUCIÓN

Esbozando el gráfico del movimiento realizado :



Por conservación de la energía mecánica (Tramo AC)

$$E_{M_A} = E_{M_C}$$

$$E_{P_A} + E_{K_A} = E_{P_C} + E_{K_C}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mV^2$$

$$V^2 = 2gh = 2g \cdot \frac{R}{2}\sqrt{3} = gR\sqrt{3} \qquad \dots (I)$$

Analizando el movimiento parabólico (tramo CD).

 Descomponiendo la velocidad "V" en sus componentes horizontal y vertical. En la vertical (En tramo de subida) del MVCL

De:
$$V_f = V_i - gt$$

$$t = \frac{V \text{ sen } 30}{g}$$

El tiempo en movimiento será:

$$t_T = 2t = \frac{2V \text{ sen } 30^{\circ}}{g}$$

En la horizontal (MRU)

$$d = V_H \cdot t_T$$

$$d = V \cos 30^{\circ} \times \frac{2V sen 30^{\circ}}{g}$$

$$d = V^2 \star \frac{2sen30\cos 30}{g}$$

Reemplazando (I):

$$d = \left(gR\sqrt{3}\right) \cdot \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{g}$$

$$d = \frac{3}{2}R$$

En la figura :

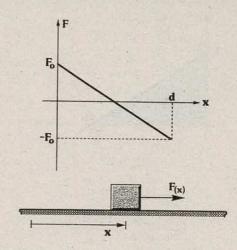
$$\ell = d + \frac{R}{2}$$

$$\therefore \boxed{\ell = 2R} \quad Rpta.$$

Clave: C

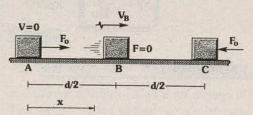
PROBLEMA 158 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de masa "m" puede moverse sobre un piso liso, descansa en x=0 como se muestra en la figura. Si actúa sobre el bloque una fuerza paralela al piso de magnitud variable; halle la máxima rapidez que alcanza el bloque en el tramo x=0 y x=d.



RESOLUCIÓN

El bloque se ha movido bajo la acción de la fuerza variable del modo :



Se puede notar :

Tramo AB

Debido a que la fuerza es positiva (apunta hacia la derecha); el bloque va aumentando su rapidez aún cuando el valor de "F" va disminuyendo.

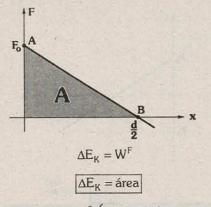
Tramo BC

La fuerza tiene dirección contraria y va aumentando en su valor lo que significa que el bloque irá disminuyendo en su rapidez.

Concluímos:

Es en el punto "B" donde el bloque consigue su máxima rapidez. La rapidez en "B" se calcula de :





$$E_{K_B} - E_{K_A}^{0} = \frac{F_o \times d/2}{2}$$

$$\frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{F_o d}{4}$$

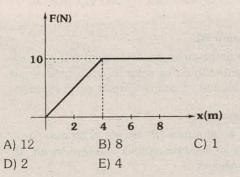
$$V_B = \sqrt{\frac{F_o d}{2m}}$$

Rpta.

Clave: A

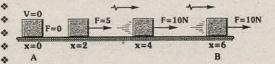
PROBLEMA 159 (Sem. CEPRE UNI

Un cuerpo de 5 kg de masa se mueve a lo largo del eje "X" bajo la acción de una fuerza "F" paralela a este eje, cuya magnitud varía con la posición como se indica en la figura. Si en x=0 el cuerpo está en reposo, su velocidad en m/s cuando se encuentra en x=6 m, será:



RESOLUCIÓN

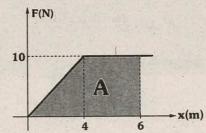
Si la fuerza "F" es quien pone en movimiento al cuerpo, entonces el trabajo de dicha fuerza está aumentando la energía cinética del cuerpo.



Entonces para el tramo AB

$$W^F = \Delta E_K$$
 ... (I)

El trabajo lo evaluamos como el área en la gráfica F vs X.



De (I):
$$\begin{split} \text{área} &= E_{K_B} - E_{K_A} \\ \text{área} &= \frac{1}{2} \text{mV}^2 \\ \left(\frac{6+2}{2}\right) \cdot 10 &= \frac{1}{2} \times 5 \times \text{V}^2 \end{split}$$

Resolviendo:

Rpta.

Clave: E

PROBLEMA 160 (Sem. CEPRE UNI

Un motor eléctrico con una eficiencia de 0,8 mueve conos de hilo mediante una faja transportadora con una potencia de 20 kW. durante 20 h. Calcule la energía en kW-h que consume en dicho tiempo.

A) 200

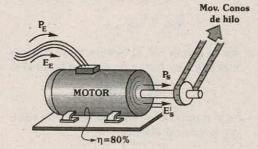
B) 300

C) 400

D) 500 E) 600

RESOLUCIÓN

Esquematizando el problema en mención



De los datos :

P_s = 20kW; esta potencia es usada para mover los conos.

La energía de salida (Es) será :

$$E_s = P_s \cdot t = (20 \text{ kW})(20\text{h})$$

$$E_s = 400 \text{ kW} - \text{h}$$

La energía que consume el motor (EE) se calcula de :

$$\eta = \frac{E_s}{E_E} \quad \Rightarrow \quad 0.8 = \frac{400}{E_E}$$

 $E_F = 500kW - h$ Rpta.

PROBLEMA 161 (Exam. Admisión

Un motor eléctrico de 60,0% de eficiencia . Reemplazando datos : requiere de 4,0kW para impulsar una bomrequiere de 4,0kW para impulsar una bomba centrífuga de 75,5% de eficiencia, la cual $^{\bullet}$ $P_3 = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{0,480 \text{ m}^3}{60 \text{ s}} \cdot \text{H}$... (I)

a su vez bombea agua hacia el tanque de un edificio situado en su azotea, a razón de 0,480 m³/min. Determinar, en metros la altura aproximada del edificio.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

A) 20,25

B) 22,05

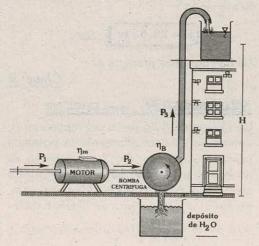
C) 25,05

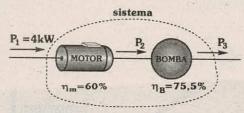
D) 27,55

E) 30.05

RESOLUCIÓN

Esbozando el problema en cuestión :





La potencia P3 es la potencia hidráulica Clave: D . necesaria para bombear el agua.

$$P_3 = \rho \times g \times Q \times H$$

$$P_3 = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{0.480 \text{ m}^3}{60 \text{ s}} \cdot \text{H} \dots \text{ (I)}$$



También la eficiencia del sistema se calcula.

$$\eta_{sist.} = \eta_m \cdot \eta_b \dots (Ver problema 129)$$

$$\eta_{\text{sist.}} = \frac{P_3}{P_1}$$

De (I) y los datos del problema :

$$\frac{60}{100} \times \frac{75,5}{100} = \frac{10^3 \times 10 \times \left(\frac{0,480}{60}\right) H}{4\ 000}$$

Resolviendo:

H = 22,65 m

(*) La clave más próxima es :

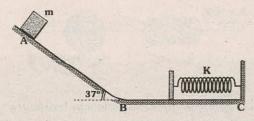
Clave: B

Rpta.

٠

PROBLEMA 162 (Sem. CEPRE UNI

Un bloque de 5 kg parte del reposo en A, determine aproximadamente la potencia promedio que desarrolla el resorte de K=900 N/m (en kW) para detener al bloque considerando que AB=10 m y el tiempo que el resorte emplea en detener al bloque es $\Delta t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{K}}$ (Desprecie fricción y $q \approx 10 \text{ m/s}^2$)



A) -2.6

B) -25,62

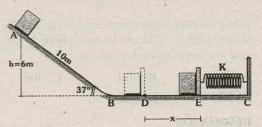
C) 25,62

D) -30,25

E) 45,17

RESOLUCIÓN

Como no existe fricción, entonces la energía mecánica del sistema se conserva.



Es decir : $E_{M_A} = E_{M_B} = E_{M_D} = E_{M_E}$

$$\therefore E_{M_A} = E_{M_E}$$

 En el punto "A" el bloque tiene energía mecánica en forma de energía potencial.

$$E_{M_A} = mgh$$

 En el punto "E" el sistema tiene una energía potencial elástica.

$$Ep_e = \frac{1}{2}Kx^2$$

 En el tramo DE el resorte realiza trabajo para detener al bloque; significa que el trabajo que desarrolló sirvió para almacenar energía potencial elástica.

Concluímos : $|E_{M_A}| = |W^{F_{elástica}}|$

Como la fuerza elástica desarrolla un trabajo negativo la potencia se calculará (para el tramo DE)

$$P = \frac{W^{F_{elāstica}}}{\Delta t} = \frac{-mgh}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Reemplazando valores:

$$P = \frac{-5 \times 10 \times 6}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{5}{900}}}$$

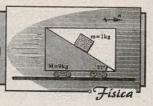
P = -2562,3 W

 $P \approx -2.6 \text{ kW}$

Rpta.

Clave: A

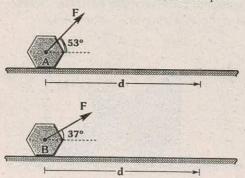
PROBLEMAS PROPUESTOS



TRABAJO MECÁNICO

PROBLEMA 1

Respecto a las siguientes proposiciones sobre el trabajo realizado. Indicar verdadero (V) o falso (F) con relación a los bloques:



- I. Para un mismo desplazamiento el trabajo desarrollado sobre A es mayor que el realizado sobre B.
- II. Si sobre los bloques actúa igual fuerza de rozamiento, el trabajo neto sobre cada bloque es idéntico.
- III. El trabajo $W_A = (3/5) W_B$. Si el desplazamiento realizado por B es el triple del realizado por A.
- A) FVF
- B) FFF
- C) VVF

- D) VVV
- E) FVV

PROBLEMA 2 (Exam. Admisión UNI 2002-I)

Con respecto al trabajo realizado por una fuerza se dan las siguientes proposiciones.

Escoja aquella que es incorrecta.

- A) El trabajo hecho por una fuerza que tiene dirección perpendicular a la dirección de desplazamiento siempre es cero.
- B) El trabajo puede ser positivo o negativo.
- C) En un desplazamiento a velocidad constante, el trabajo hecho por una fuerza resultante es cero.
- D) El trabajo hecho por una fuerza de rozamiento es negativo.
- E) El trabajo hecho por una fuerza de rozamiento no depende de la masa del cuerpo.

PROBLEMA 3

(Exam. UNI 97-I)

Se usa un plano inclinado para subir una caja de 100 kg a la plataforma de un camión que está a 1,5 m de altura. Si no hay fricción entre el plano y el bloque, y g=10 m/s²; el trabajo realizado en joules para subir la caja es :

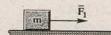
- A) 150
- B) 15
- C) 1500

- D) 1,5
- E) 15×103

PROBLEMA 4

(Sem. CEPRE UNI 97-II)

Los bloques de la figura se encuentran inicialmente en reposo. Se aplican las fuerzas \overline{F}_1 y \overline{F}_2 , entonces :





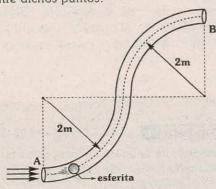


- I. Si $\overline{F}_1 = \overline{F}_2$ y ambos bloques tienen el mismo desplazamiento, pero existe fricción solamente entre el bloque de masa "m" y la superficie sobre la cual se desliza, el trabajo realizado por \overline{F}_1 será mayor que el trabajo realizado por \overline{F}_2 .
- II. Si $\overline{F}_1 = \overline{F}_2$ y ambos bloques se desplazan durante un mismo tiempo, el trabajo realizado por \overline{F}_2 es igual al 50% del trabajo realizado por \overline{F}_1 .
- III. Si ambos bloques experimentan el mismo desplazamiento, para que los trabajos sean los mismos se requiere $\overline{F}_1 = 2\overline{F}_2$.
- A) VVF
- B) FVV
- C) VFV

- D) FVF
- E) FFF

PROBLEMA 5

Mediante el flujo de un gas, que ejerce una fuerza de módulo constante igual a 10N, se consigue desplazar una esferita de tecnopor de 100 g desde el punto "A" hasta el punto "B"; por la tubería indicada. ¿Cuánto es el trabajo neto desarrollado sobre la esferita entre dichos puntos?



Flujo de gas

A) 66,832 J

B) 121,664 J

C) 28,38 J

D) 58,832 J

E) 52,832

PROBLEMA 6

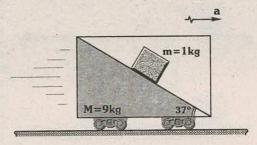
Una cortina de ventana con masa de 1 kg y
longitud de 2 m se enrolla en forma de rodillo sobre la ventana. ¿Qué trabajo se realiza en este caso? (Menosprecie la fricción)

- A) 2,7 J
- B) 19.6 J
- C) 9,8 J

- D) 4,9 J
- E) 0

PROBLEMA 7

Determine el trabajo desarrollado por el coche sobre el bloque respecto de un S.R.I cuando se ha desplazado 8 m. Considere que no existe rozamiento y el bloque está en reposo respecto del coche mientras está en movimiento.



- A) 10 J
- B) 20 J
- C) 40 J

- D) 60 J
- E) 80 J

PROBLEMA 8

 \dot{c} Qué trabajo es necesario realizar para arrastrar una barra de longitud " ℓ " y masa "m" por una franja rugosa de anchura L? El coeficiente de fricción es " μ ".

- A) 5µmgL/2
- B) 2µmgL
- C) 3µmgL/2
- D) µmgL/2
- E) µmgL

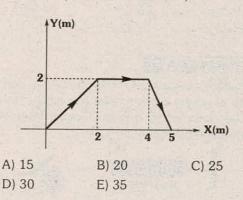
PROBLEMA 9

(Sem. CEPRE UNI 99-I)

El punto de aplicación de una fuerza $\vec{F} = (4\hat{i} + 3\hat{j})N$, se desplaza desde el origen

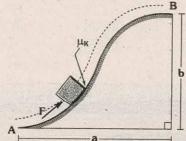
de coordenadas hasta el punto (5, 0); a lo largo de la trayectoria que se muestra en la figura. Halle aproximadamente el trabajo (en J) realizado por F.

$$(\sqrt{2} \approx 1,4 ; \sqrt{5} \approx 2,2)$$



PROBLEMA 10

Un bloque de masa "m" es trasladado lentamente mediante una fuerza cuya dirección siempre es tangente a la trayectoria. Determine la cantidad de trabajo desarrollado mediante esta fuerza desde A hasta B.



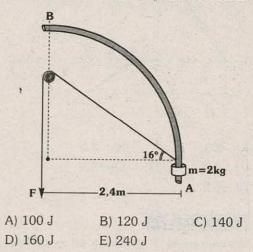
- A) $mg(\mu_k a + b)$
- B) $mg(\mu_k a b)$
- C) $mg(\mu_k b a)$
- D) $mg(\mu_k b + a)$
- E) mgb

PROBLEMA T

Mediante la fuerza constante F=200N, se

traslada el collarín que desliza por el aro de
 forma de arco de circunferencia.

¿Cuánto es el trabajo desarrollado por "F" cuando el collarín se mueve, desde A hasta B?



PROBLEMA 12 (2do. Exam. P. CEPRE-UNI)

Una masa en reposo sobre una mesa lisa
comienza a moverse según una recta, cuando se le aplica una fuerza variable paralela a la mesa cuya magnitud en newtons es numéricamente igual en todo instante a la distancia recorrida en metros; cuando la distancia recorrida es de 10⁻³m la fuerza ha realizado un trabajo en Joules de :

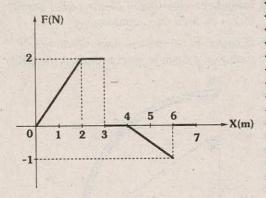
A) 1

- B) 2×10⁻³
- C) 2×10-6
- D) 10-6
- E) 0,5×10-

PROBLEMA 13

Un niño aplica una fuerza horizontal sobre un trineo, que se mueve sobre un estanque helado. Si la variación de la fuerza en función de "x" se muestra. Calcule la relación W_{1-3}/W_{3-7} .

C) 10,4



- A) -2,5
- B) -3,5
- C) -4,5
- D) +2,5
- E) +4,5

PROBLEMA 14

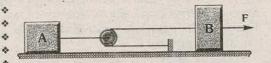
Un cuerpo de 5 kg reposa en la posición $x\!=\!0$ sobre una superficie horizontal cuyo coeficiente de fricción con el bloque es : $\mu=0.05x$. Se le aplica una fuerza horizontal "F" variable que le hace avanzar 10 m con velocidad constante. ¿Qué trabajo realizó "F" en dicho tramo? $(g=10 \text{ m/s}^2)$

A) 0J

- B) 25 J
- C) 50 J
- D) 100 J
- E) 125 J

PROBLEMA 15

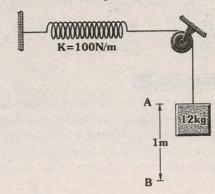
En el sistema mostrado en la figura, la masa del bloque A es de 10 kg, la del bloque B es de 4 kg, la polea tiene masa despreciable y no existe fricción entre estos bloques y la superficie sobre las que se encuentran. Al aplicar la fuerza F al bloque B, el bloque A se mueve con aceleración de 2 m/s² y recorre 0,2 m. ¿Cuál es el trabajo, en Joule, realizado por esta fuerza?



- A) 8,4
- B) 9,4
- D) 11,6 E) 12,6

PROBLEMA 16

Si el bloque se suelta en la posición A, donde el resorte está sin deformar, halle el trabajo neto (en J) sobre el bloque desde la posición A hasta la posición B.



- A) 20
- B) 40
- C) 70

- D) 90
- E) 100

ENERGÍA MECÁNICA

PROBLEMA 17

Se empuja un auto de 2 500 kg desde el reposo hasta que adquiera V m/s. Durante este proceso se realizó un trabajo de 5 kJ y el auto se desplazó 25 m. Hallar V.

- A) 1
- B) 2
- C) 3

- D) 4
- E) 5

PROBLEMA TE

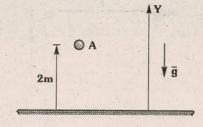
Un clavadista de 70 kg se deja caer 10 m de . Un cuerpo se desliza hacia abajo sobre un altura, perpendicularmente hacia una piscina. Si el clavadista se detiene a 5 m bajo la superficie del agua, calcule la fuerza media (en N) que ejerció el agua sobre él.

- A) 1 900
- B) 2 100
- C) 2300

- D) 2500
- E) 2 700

PROBLEMA 19

Un cuerpo de masa m=1 kg se suelta en el punto A, 2 m por encima del suelo. Mientras cae, actúa sobre el cuerpo una fuerza F=5 j N debido a la resistencia del aire. Entonces, la razón ΔΕ_K / ΔΕp entre el cambio de energía cinética y el cambio de energía potencial es:



- A) 2
- B) -2
- C) 1

- D) -1
- E) -1/2

PROBLEMA 20

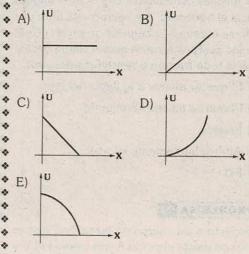
Se deja caer una piedra de 2 kg bajo la acción de la gravedad (g=10 m/s2), desde una altura de 20 m. Si debido a la resistencia del aire se disipan 10 J por cada metro que recorre la piedra. Hallar la energía mecánica (en J) de ésta en el instante que su energía cinética es igual a 0,5 veces su energía potencial.

- A) 350
- B) 300
- C) 250

- D) 200
- E) 150

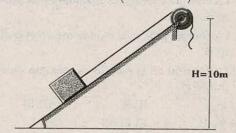
PROBLEMA 21 (Exam. F. CEPRE UNI 96-I)

plano inclinado. Diga cuál de los siguientes gráficos representa cualitativamente la de-· pendencia de la energía potencial U del · cuerpo con la distancia X que recorre en el plano.



PROBLEMA 22

Un cuerpo de 1 kg de masa, se eleva lentamente por un plano inclinado rugosa mediante un cable sujeto al cuerpo y yacente en una polea, instalada en el vértice. Al elevar la carga al vértice, se realiza un trabajo de 100 J. En el punto superior el cable se rompe y la carga desliza hacia abajo. ¿Qué velocidad tendrá la carga en el instante en que se desprenda del plano? $(g = 10 \text{ m/s}^2)$





A) 14,1 m/s

B) 24,2 m/s

C) 17,3 m/s

D) 0,7 m/s

E) F.D.

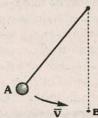
PROBLEMA 28

A dos cuerpos idénticos se les comunican las mismas velocidades bajo cierto ángulo hacia el horizonte. Un cuerpo está libre y el . otro se mueve a lo largo de un rayo. ¿Cuál . de los cuerpos alcanza mayor altura? (desprecie toda fricción y resistencia del aire).

- A) El que se mueve a lo largo del rayo.
- B) El que se mueve libremente.
- C) Iguales.
- D) Ambos ligeramente iguales.
- E) F.D.

PROBLEMA 24

Respecto a un cuerpo de masa "m" que es lanzado desde el punto A con velocidad V y que se mueve en un plano vertical, ¿Cuál de las siguientes proposiciones es correcta?



- I. La energía cinética es máxima en el pun-
- II. La energía potencial es máxima en el punto B.
- HI.La tensión de la cuerda es máxima en el punto B.
- A) I
- B) II
- C) III

- D) I y II
- E) I y III

PROBLEMA 25

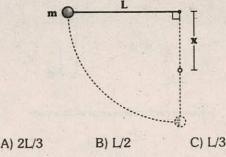
Un cuerpo pequeño se desliza del vértice de una semiesfera lisa de radio R. ¿A qué altura sobre el centro de la semiesfera el cuerpo se desprenderá?

- A) 2R/3
- B) R/3
- C) R/2

- D) R/4
- E) F.D.

PROBLEMA 26

A un hilo de longitud L con una bola unida al mismo, cuya masa es "m" lo desvían en un ángulo de 90° respecto de la vertical y lo sueltan, ¿A que distancia mínima X debajo del punto de suspensión es necesario poner él clavo para que el hilo, al chocar con el, se rompa? (el hilo soporta hasta una tensión T=4 mg)

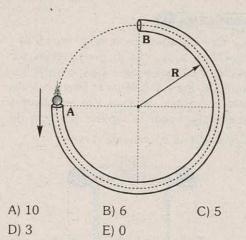


D) L/4 E) L/6

PROBLEMA 27

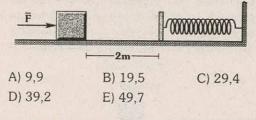
(Exam. CEPRE UNI 97-I)

Considere un tubo de forma circular cuya superficie interior es perfectamente lisa y cuyo radio medio es de 3 m. (ver figura). Si en A se lanza una esferita de masa 1 kg con una velocidad de 9 m/s como se indica, hallar la fuerza de reacción en newtons del tubo sobre la esferita cuando ésta llega al punto B.# Asumir que el radio "r" de la sección transversal del tubo es mucho mas peque-· ño que R.



PROBLEMA 28 (3ra. P. CEPRE UNI

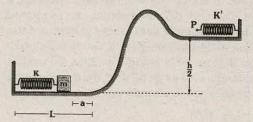
Se aplica una fuerza "F" constante sobre un bloque de masa $1~\rm kg$, inicialmente en reposo sobre una superficie lisa. Halle aproximadamente, la magnitud de F (en mN), si la máxima deformación del resorte (K=100 N/m) producida por el bloque es $2~\rm cm$.



PROBLEMA 29 (Exam. P CEPRE UNI)

El resorte de longitud natural L y constante K mostrado en la figura, está comprimido una longitud "a". Al dejar que el resorte se estire, impulsa a un pequeño bloque de masa "m" que sube por una superficie sin fricción hasta llegar al punto P ganando altura h/2. En este punto, el bloque encuentra otro resorte no deformado, comprimien-

do una misma longitud "a" y quedando instantáneamente en reposo. La constante K' de este resorte, es entonces :



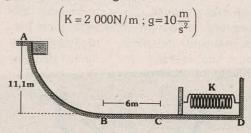
A) K

- B) $K mgh/a^2$
- C) $(2mg/a^2)(h/2+a)$
- D) 2mgh/a²

E) kh/(2a)

PROBLEMA 30

Un cuerpo de masa m=10 kg se deja caer desde una altura h=11,1 m tal como se indica. Debido al resorte el cuerpo comienza a subir y bajar repetidamente hasta que finalmente se detiene. La trayectoria sólo presenta fricción en el tramo BC y el resorte queda comprimido por primera vez 0,9 m. Con respecto al sentido del movimiento de la masa y la distancia donde se detiene se puede afirmar lo siguiente:



A) de C a B ; 1,8 m de C

. B) de B a C; 4,2 m de B.

C) de C a B ; 1,8 m de B.

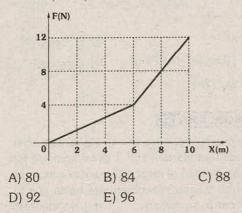
D) de B a C; 4,2 m de C.

E) de C a B ; 4,2 m de B.



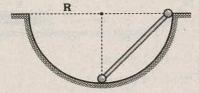
PROBLEMA 31 (Exam. P. CEPRE UNI 98-I)

Un bloque se mueve a lo largo del eje X, bajo la acción de una fuerza F paralela a la dirección del movimiento. La magnitud de la fuerza que actúa sobre el bloque varía con el desplazamiento "X" en la forma que se indica. Si la energía cinética del cuerpo cuando x=0 es de 60 J, ¿Cuál es su energía cinética, en J, cuando x=8 m?



PROBLEMA 32

Se suelta desde el reposo a la varilla de masa "m"; que lleva dos esferitas de masas "m" en sus extremos. El sistema desliza por la superficie semicilindrica de fricción muy pequeña; realizando varias oscilaciones hasta finalmente detenerse. Cuanto fue el trabajo total realizado por la fuerza de rozamiento. (g: aceleración de la gravedad)



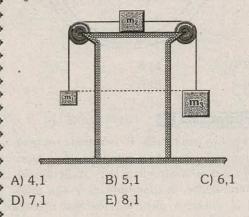
A) 0,41 mgR C) 0,71 mgR B) 0,62 mgR

E= 0,5 mgR

D) 1,5 mgR

PROBLEMA 33

Los tres bloques de masas m₁ = 5 kg,
m₂ = 10 kg y m₃ = 15 kg están unidos por cuerdas y poleas ideales. La superficie horizontal es lisa y el sistema se libera cuando están en reposo. Usando sólo argumentos de energía, hallar la rapidez (en m/s) de
m₃ cuando ha descendido 4 m.

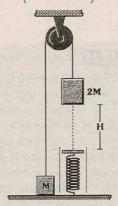


PROBLEMA 34

(Exam. P. CEPRE UNI)

Encuentre "H" sabiendo que cuando las masas M y 2M (M=5~kg) son liberados, la compresión máxima del muelle (K=2~000~N/m) resulta ser de 40 cm.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



A) 1,2 m

B) 2.8 m

C) 3.5 m

D) 3,6 m

E) 4,5 m

PROBLEMA 35

Una cadena uniforme y homogénea de longitud L, es liberada en la situación mostrada (d<L/2) despreciando toda fricción, calcule la velocidad de la cadena cuando el último eslabón está abandonando la polea. (considere que el diámetro de la polea no tiene dimensiones apreciables) g: aceleración de gravedad

A)
$$\sqrt{2gd(1+d/L)}$$

B)
$$\sqrt{2gd(1-d/L)}$$

C)
$$\sqrt{gd(1-d/L)}$$

D)
$$\sqrt{gd(2-d/L)}$$

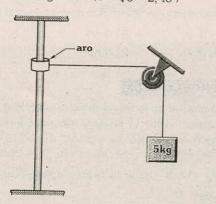
E)
$$\sqrt{2gd(1-2d/L)}$$



PROBLEMA 36

El sistema mostrado es dejado en libertad despreciando toda fricción evalúe la máxima velocidad que adquiere el aro de 4 kg.

(Considere las cuerdas inextensibles e ingrávidas; $g = 10 \text{ m/s}^2 \sqrt{6} \approx 2.45$)



A) 2.32 m/s

B) 3,27 m/s

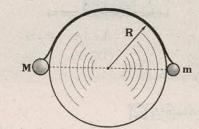
C) 1,84 m/s

D) 3 m/s

E) 5 m/s

PROBLEMA 37

Un sistema de masas puntuales M y m, unidas por un hilo imponderable de longitud $\ell \approx \pi R$, comienza a deslizarse sin fricción por el cilindro de radio R. En el instante inicial las masas se encontraban en la recta horizontal. ¿Cuál deberá ser la masa M aproximadamente para que el cuerpo de masa "m" se desprenda del punto superior del cilindro?



A) m

B) 2mg

C) 3m/2

D) 1,4 m

E) 1,8 m

PROBLEMA 38

Una masa "m" se desprende de la carga colgada de un resorte de rigidez K. ¿A qué altura máxima se elevará después de ello la parte restante de la carga?

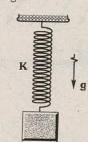
A) 2 mg/K

B) mg/K

C) 3 mg/K

D) mg/2K

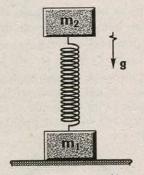
E) F.D.





PROBLEMA 39

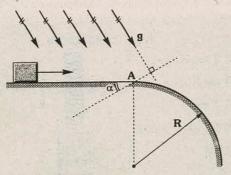
¿Con que fuerza es necesario presionar sobre la carga superior m2 para que al cesar de ejercer dicha fuerza, la carga m, se separe del suelo?



- A) m₁g
- B) $(m_1 + m_2)g$
- C) m₂g
- D) $(m_2 m_1)g$
- E) $(2m_2 + m_1)g$

PROBLEMA 40

¿A qué distancia mínima del punto A debemos colocar el cuerpo para que éste en el punto A se desprenda de la superficie y comience a moverse por la trayectoria balística? (El ángulo de inclinación del plano, por el que se mueve el cuerpo, es igual a α , el radio de la curva es R. despréciese la fricción)



- A) $(R tg \alpha)/2$
- B) $(R ctg \alpha)/2$
- * C) (R sec α)/2

E) R/2

4 ٠

POTENCIA MECÁNICA

PROBLEMA 41

Un obrero levanta cajas de 3 kg sobre una plataforma que se encuentre a 2 m respecto del piso, a razón de 10 cajas por minuto.

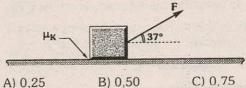
Calcular la potencia mecánica (en W) desarrollada por el obrero.

- A) 1
- B) 10
- C) 60

- D) 100
- E) 600

PROBLEMA 42 (2da. P. CEPRE UNI 2000-I)

Mediante una fuerza F se hace deslizar una plataforma de 37,5 kg sobre una superficie horizontal rugosa, con una rapidez constante de 4 m/s. Si la potencia desarrollada por F es de 720 W, determine el coeficiente de fricción (μ_1) .



D) 0,75

٠

- B) 0,50
- E) 0.85

PROBLEMA 48

El bloque de la figura tiene masa 600 g y se mueve sobre el sistema de coordenadas mostrado bajo la acción de la fuerza F = [4i + j]N. Si en t = 0, $r_o = 3i$ m y Vo = i m/s, halle la potencia (en W) de F luego de 3s.



9. B

10. A

19. E

20. B

POTENCIA Y ENERGÍA

ano purtano cuzcano purbano c

	W2	синф си	ECLING TI	rzcan	o cozen	нф сизс	áno d	vznake	BZCÁNI	o cuži	ANO CUZ	cáno po	, ZEÁN
1.	В	anc ev	11.	D	es cuzca	21.	C	receive	31.	В	Alvo cuz	41.	В
2.	E	AND CU	12.	E	o cuzta o cuzta	22.	A	uzcano uzcano	32.	В	ANG CHI	42.	C
3.	С	ANC CU	13.	В	w gwilek	23.	A	rzeska	33.	В	Ave cos	43.	С
4.	D	ANG CU	14.	E	o cuźci.	24.	E	o Zciano	34.	В	AMO CUA	44.	A
5.	D	NAC CU	15.	C	w cvzek e cuzek	25.	A	vzenna vzenna	35.	В	ine cui	45.	В
6.	C	iso eu	16.	C	φινέιλ	26.	C	IZCANO.	36.	В	A NID CV2	46.	D
7.	D	AND OU	17.	В	openica Opvilsa	27.	D	ozekno	37.	D	ana eus Abo eus	47.	В
8.	E	ARO SU	18.	В	o curts	28.	A	est king	38.	A	enor.	48.	D

29.

30. C

39. B

40. B

49. D

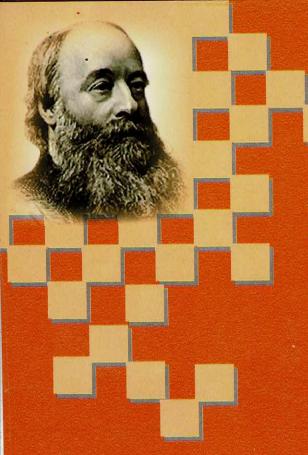
50. C



Esta obra se terminó de imprimir en los talleres gráficos de Cuzcano Editorial e Imprenta E.I.R.L.

INFORMES Y VENTAS

Av. Alfonso Ugarte N°1310 Of. 212 - Breña 223-8154



JAMES P. JOULE (1818-1889)

Destacado científico inglés cuyos trabajos contribuyó a establecer el principio de la conservación de la energía

FISICA



INFORMES Y VENTAS

Av. Alfonso Ugarte Nº1310 Of. 212 - 2do. Piso (cruce con la Av. Bolivia)

2 423-8154

